چه کنم چه کنم والله اعلم

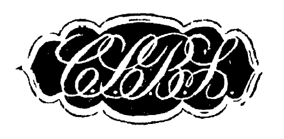
ستة مقالات

من كتاب تحرير الاقليدس

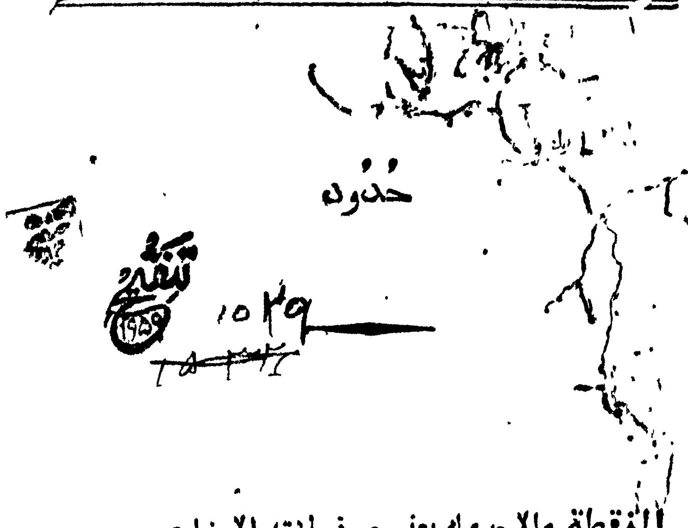
الذى

الفه نصير الدين الطوسى طبعت

باستعانة المجمع المعين لانتشار كتب الصنعة



ببلدة كلكتة سنة ١٨٢٤ عيسوى



النقطة ما لا جزء له يعني من ذوات الاوضاع

الخط طول بلا عرض وينتهي بالنقطة

الخط المستقيم هو اقصر الخطوط الواصلة بين النقطتين

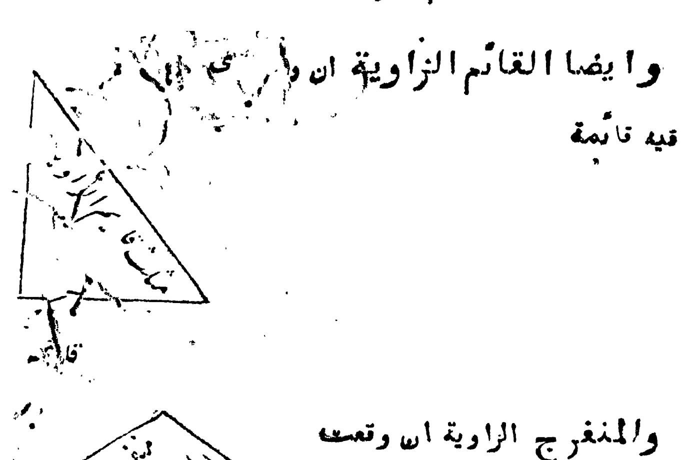
السطح او البسيط ما له طول وعرض فقط وينتهي بالخط

والمستوي منه هو الذي يماسه جميع الخطوط المستقيمة المفروضة عليه في اي جهة كانت

الزاوية المسطحة هي المحدود من السطح الواقع بين خطين يتصلان على نقطة من غير ان يتحدا فمنها مستقيمة الخطين وغيره

وايضا القائم الزاوية ان و[illegible]

قيه قائمة



والمنفرج الزاوية ان وقعت

فيه منفرجة

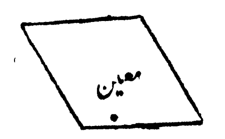
والحاد الزوايا ان كانت جميع زواياه حواد

وذو اربعة الاضلاع ومنه المربع

وهو المتساوي الاضلاع القائم الزوايا

والمستطيل وهو القائم الزوايا

الذي يتساوى المتقابلان اضلاعه



والمعين وهو المتساوي الاضلاع غير
قائم الزوايا

والشبيه بالمعين وهو الذي
لا يكون اضلاعه متساوية ولا زواياه
قائمة ولكن يتساوي كل متقابلين من
اضلاعه وزواياه

شبيه بمعين

والمنحرف وهو ما عداها

منحرف

وكثير الاضلاع وهو
ما جاوز الاربعة

كثير الاضلاع

المتوازية من الخطوط هي المستقيمة
الكائنة في سطح مستوي التي لا تتلاقي
وان اخرجت في جهاتها الى غير النهاية

اصول موضوعة

١ اقول من الواجب اولا ان يوضع ان النقطة والخط و السطح
والمستقيم و المستوي منهما والدائرة موجودة
٢ وان لنا ان نعين نقطة على اي خط كان اوسطح كان
٣ وان نفرض خطا على اى سطح كان اومارا بنقطة كيف اتفق
٤ وان كل واحد من النقطة و الخط المستقيم والسطح المستوي
ينطبق على مثله
٥ وان الفصل المشترك بين كل خطين نقطة و بين كل سطحين خط
٦ ولنا ان نصل خطا مستقيما بين كل نقطتين
٧ وان نخرج خطا مستقيما محدودا على الاستقامة
٨ وان نرسم على كل نقطة بكل بعد دائرة
الزوايا القائمة متساوية جميعا

لا يحيط خطان مستقيمان بسطح

كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم وكانت الزاويتان الداخلتان في احدى الجهتين اصغر من قائمتين فانهما يلتقيان في تلك الجهة ان اخرجا

ان الخط المستقيم الواحد لا يتصل على الاستقامة باكثر من خط واحد مستقيم غير مسامت بعضها لبعض ان الزاوية المساوية للقائمة قائمة

علوم متعارفة

الاشياء المساوية لشيء واحد بعينه متساوية

وان ازيد على المتساوية اونقص منها متساوية حصلت متساوية

وان ازيد على غير المتساوية او نقص منها متساوية حصلت غير متساوية

والتي اذا زيد عليها اونقص منها متساوية حصلت متساوية فهي متساوية

والتي لكل واحد منها اضعاف بعدة واحدة او اجزاء بعينها لشيء واحد فهي متساوية

والاشياء المتطابقة من غير تفاضل متساوية

والكل اعظم من جزءه

الاشكال

نريد ان نرسم مثلثا متساوي الاضلاع على خط محدود

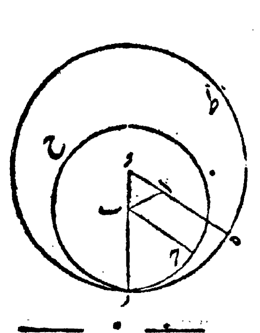
كا ب فنرسم على نقطتي ا ب ببعد الخط دائرتي ب ح ى ا ح ه ونصل ا ح ب ح فمثلث ا ح ب المرسوم على ا ب متساوي الاضلاع وذلك لان ا ب ا ح الخارجين من مركز دائرة ب ح ى الى محيطها متساويان

وكذلك ب ا ب ح الخارجان من مركز دائرة ا ح ه الى محيطها فا ح ب ح متساويان لا ب متساويان فاذن اضلاع مثلث ا ح ب متساوية وهو المراد

ب

نريد ان نخرج من نقطة مفروضة خطا مساويا
لخط محدود

فليكن النقطة ا والخط ب ج
ونصل بين النقطة واحد طرفي الخط
با ب ونرسم عليه مثلثا متساوي
الاضلاع وهو مثلث ا ب د
ونخرج د ا د ب في جهتي
ا ب الى ه ز ونرسم



على طرف الخط وهو ب ببعد الخط وهو ب ج دائرة ج ح ز
فيمر بنقطة ز وعلى د المباينة للخط ببعد د ز دائرة ز ط ه
فخط ا ه هو المراد وذلك لان ب ج ب ز الخارجين من مركز
دائرة ج ح ز الى محيطها متساويان وكذلك د ز د ه الخارجان
من مركز دائرة ز ط ه الى محيطها وكان د ب د ا متساويين
فبعد حذفهما من د ز د ه بقي ب ز ا ه متساويين فا ه ب ج
المساويان لـ ب ز متساويان وذلك ما اردناه

والاشياء المتطابقة من غير تفاضل متساوية
والكل اعظم من جزءه

الاشكال

نريد ان نرسم مثلثا متساوي الاضلاع على خط محدود

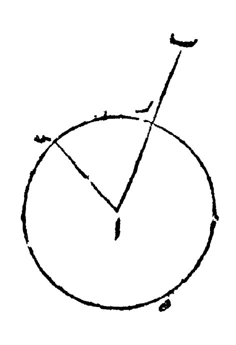
كا ب فنرسم على نقطتي ا ب ببعد الخط دائرتي ب ح د ا ح ه ونصل ا ح ب ح فمثلث ا ح ب المرسوم على ا ب متساوي الاضلاع وذلك لان ا ب ا ح الخارجين من مركز دائرة ب ح د الى محيطها متساويان وكذلك ب ا ب ح الخارجان من مركز دائرة ا ح ه الى محيطها فا ح ب ح المتساويان لا ب متساويان فاذن اضلاع مثلث ا ح ب متساوية وهو المراد

ب

نريد ان نخرج من نقطة مفروضة خطا مساويا لخط محدود

فليكن النقطة ا والخط ب ج ونصل بين النقطة واحد طرفي الخط بخط ا ب ونرسم عليه مثلثا متساوي الاضلاع وهو مثلث ا ب د ونخرج د ا د ب في جهتي ا ب الى ه ز ونرسم على طرف الخط وهو ب ببعد الخط وهو ب ج دائرة ج ح ز فيصير نقطة ز وعلى د المباينة للخط ببعد د ز دائرة ز ط ه فخط ا ه هو المراد وذلك لان ب ج ب ز الخارجين من مركز دائرة ج ح ز الى محيطها متساويان وكذلك د ز د ه الخارجان من مركز دائرة ز ط ه الى محيطها وكان د ب د ا متساويين فبعد حذفهما من د ز د ه بقي ب ز ا ه متساويين فا ه ب ج المساويان لب ز متساويان وذلك ما اردناه

نريد ان نفصل من اطول الخطين مثل اقصرهما فليكن الاطول



ا ب والاقصر ج ونخرج من ا

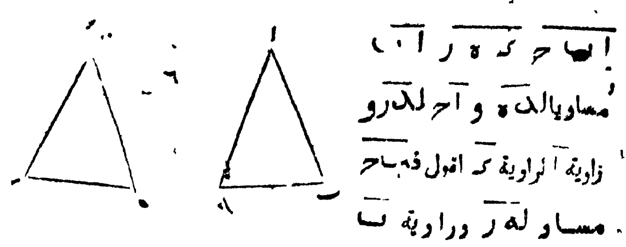
ا د مساويا لج ونرسم على

ا ببعد ا د دائرة د ه ز فيفصل

بها ا ز من ا ب مساويا لا د

اعني ج وهو المراد

اذا ساوى ضلعان وزاوية بينهما من مثلث ضلعين وزاوية بينهما من مثلث اخر كل لنظيره يتساوى الضلعان والزوايا الباقية والمثلثان كل لنظيره فليكن في مثلثي



ا ب ج د ه ز

مساويا لد ه و ا ج لد ز و

زاوية ا الزاوية د اقول فه ب ج

مساو له ز وزاوية ب

لزاوية ه وزاوية جـ لزاوية ر والمثلث للمثلث وذلك لانا
اذا توهمنا تطابقهما اعني ب ا على ه د انطبقت نقطة ب على
نقطة ه و ب ا على ه د لاستقامتهما و ا على د
لتساوي الخطين وزاوية ا على زاوية د لتساويهما و ا ح
على د ر لاستقامتهما و ح على ر لتساوي ا ح د ر
فانطبق ضرورة ب ح على ه ر لاستقامتهما والا احاطا
بسطح وتساوت سائر الزوايا والمثلثان لانطباقهما على نظائرها
وذلك ما اردناه .

ه

الزاويتان اللتان على قاعدة المثلث المتساوي الساقين متساويتان وكذلك اللتان تحدثان تحتها ان اخرج الساقان

فليكن مثلث ا ب ح متساوي ساقي ا ب ا ح فزاويتا ا ب ح ا ح ب متساويتان ونخرج ا ب ا ح في جهتي ب ح الى د ه فزاويتا ب ح ه ح ب د الحادثتان

من تحتهما ايضا متساويتان ولنعين لبيانه على
ب د نقطة ر كيف اتفق ونفصل من ا ه خ ح مساويا
لـ ا ر ونصل ب ح ح ر ففي مثلثي ا ح ر ا ب ح
ضلعا ح ا ا ر وزاوية ا مساوية لضلعي ب ا ا ح
وزاوية ا كل لنظيره فيكون ضلعا ح ر ب ح متساويين
وكذلك زاويتا ا ح ر ا ب ح وزاويتا ر ح وايضا
في مثلثي ح ب ر ب ر ح ضلعا ب ر ر ح وزاوية
ر مساوية لضلعي ح ح ب وزاوية ح كل لنظيره ويكون
زاويتا ر ح ب ح ب ح متساويتين ولعيهما من زاويتي
ا ح ر ا ب ح المتساويتين يبقي زاويتا ا ح د
ا ب ح اللتان على القاعدة متساويتين واذلك بعينه يكون
زاويتا ح ب ر ب ح ح اللتان تحتهما متساويتين
وذلك ما اردناه

وهذا الشكل يلقب بالماموني

و

اذا تساوت زاويتا مثلث تساوى

ضلعاه الموترين لهما

فليكن زاويتا ب ح من مثلث
ا ب ح متساويتين نقول فا ح
ا ب متساويان والا فليختلفا
وليكن ا ح اطول ونفصل منه
ح د مثل ب ا ونصل ب د فيكون في مثلثي ا ح ب
د ب ح ضلعا ا ب ب ح وزاوية ا ب ح مساوية
لضلعي د ح ح ب وزاوية د ح ب كل لنظيره فالمثلث
يساوي المثلث اعني الكل لجزئه فهما متساويان وذلك
ما اردناه

ز

ان اخرج من طرفي خط خطان يلتقيان
على نقطة فلا يمكن ان يخرج من طرفيه
في تلك الجهة اخران متساويان لهما
خارجان من مخرجي نظيريهما يلتقيان
على غير تلك النقطة

تساويهما فيظهر [illegible] وهذه صورتهما

ح

ان اساوي كل واحد من اضلاع مثلث كل واحد من اضلاع مثلث اخر تساوت زوايا هما كل لنظيرتها وتساوى المثلثان

فليكن المثلثان
اب ج د ه ز
وقد ساوى
اب د ه
و اج د ز
و ب ج ه ز
فنقول فزاوية ا

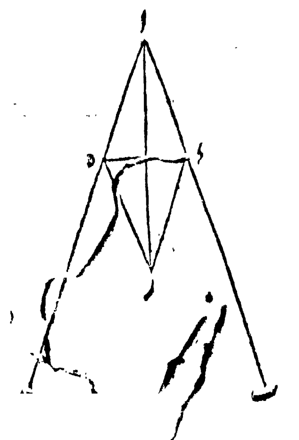
تساوي زاوية د و زاوية ب زاوية ه وزاوية ج زاوية ز والمثلث المثلث وذلك لانا انما توهمنا تطبيق ضلع على نظيره مثلا ب ج على ه ز والمثلث على المثلث وجب ان ينطبق الضلعان [illegible] على نظيريهما ويحصل المطلوب والا يلزم ان يقعا مثل ه ح ز ح ويلزم منه خروج

خطي ه ك ر ك كخطي ه ح ا ح المسا وبين لهما جميعا من طرفي ه ر في جهة بعينهما مع اختلاف الملتقي هذا خلف فاذن المطلوب ثابت وذلك ما اردناه

ط

نريد ان ننصف زاوية

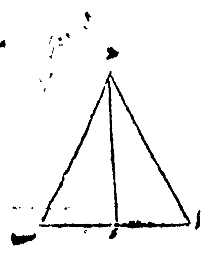
كزاوية ب ا ح فلنعين علي ا ب نقطة ك كيف وقعت ونفصل من ا ح ا ه مثل ا ك ونصل ك ه ونرسم عليه مثلث ك ه ر المتساوي الاضلاع ونصل ا ر فهو ينصف الزاوية وذلك لان اضلاع مثلثي ك ا ر ه ا ر متساوية بالتناظر فزوايا هما متساوية بالتناظر فزاويتا ر ا ك ر ا ه متساويتان وذلك ما اردناه



ى

نريد ان ننصف خطا محدودا

كخط ا ب فلنعمل عليه
مثلث ا ب ج المتساوي
الاضلاع وننصف زاوية
ج بخط ج د فينتصف
الخط به وذلك لان في مثلثي
ا ج د ب ج د ضلعي



ا ج ج د وزاوية ا ج د مساوية لضلعي ب ج ج د
وزاوية ب ج د فاذن قاعدتا ا د د ب متساويتان
وذلك ما اردناه

يا

نريد ان نخرج من نقطة على خط غير محدود
عمودا عليه

مثلاً من نقطة ح

على خط ا ب

لتعين عليه نقطة

د كيف وقعت

ونجعل ح ه مثل

ح د ونرسم على

د ه مثلث

د ه ز المتساوي الاضلاع ونصل ز ح فهو العمود وذلك

لان اضلاع مثلثي د ز ح ه ز ح متساوية كل لنظيره فزاويتا

ز ح د ز ح ه الحادثتان عن جنبي ز ح متساويتان

فهما قائمتان وذلك ما اردناه

يب

نريد ان نخرج من نقطة الى خط غير محدود

ليست هي عليه عموداً

مثلاً من نقطة ح الى خط

ا ب فلنعين في الجهة

الاخرى من الخط نقطة د

كيف وقعت ونرسم على ح ببعد

ح د دائرة ه د ز فهي تقطع

الخط لا محالة على نقطتين ... ز ونصل ز على ح ونصل ح ز ... العمود وذلك لانا اذا وصلنا ... ح ز كانت اضلاع مثلثي ح ه ح ح ز ح النظائر متساوية فكانت زاويتا ح ح ه ح ز ح عن جنبي ح ح متساويتين فهما قائمتان وذلك ما اردناه

ح

ان اقام خط على خط كيف كان حدث عن جنبتيه زاويتان اما قائمتان او مساويتان معا لقائمتين

فليقم على ا ب ح د ليحدث زاويتا ا ... ا د ... ان ... اخرى قائمتين والا اخرجنا من ب عمود ب ه على ح د فصارت الزوايا ثلاثا هي ا ب ح ا ... ه ه ب د

...الى الاولى صارتا قائمتين واذا
...الثالثة كانتا كما حدثنا فاذن الحادثتان
معا مساويتان لقائمتين وذلك ما اردناه

يد

اذا اتصل خطان على نقطة بخط عن جنبتيه
واحد تامعه قائمتين او مساويتين لهما
كان الخطان معا على الاستقامة خطا واحدا

فليتصل با ب على نقطة ب خطا
ح ب د ب وليكن زاويتا ح ب ا
د ب ا معادلتين لقائمتين نقول فخط
ح ب د ب متصل على الاستقامة
خطا واحدا والا فليخرج ح ب ه
على الاستقامة ويكون جميع زاويتي ح ب ا
ه ب ا المعادلتين لقائمتين مساويا لجميع زاويتي ح ب ا
د ب ا المعادلتين ايضا لهما فيبقى بعد اسقاط زاوية
ح ب ا المشتركة زاوية ه ب ا د ب ا الصغرى والعظمى

متساويتين هذا خلف فاذن الحكم المذكور ثابت وذلك ما اردناه

٥

الزاويتان المتقابلتان الحادثتان عن تقاطع كل خطين متساويتان

مثلا كزاويتي جـ ه ب ا ه د الحادثتين عن تقاطع خطي ا ب جـ د وذلك لان مجموع زاويتي ب ه جـ جـ ه ا يساوي مجموع زاويتي ا ه د جـ ه ا لكون كل واحد من المجموعين معادلا لقائمتين فيبقى بعد اسقاط زاوية جـ ه ا المشتركة زاويتا جـ ه ب ا ه د متساويتين وذلك ما اردناه

وتبين مع ذلك ان الزوايا الاربع الحادثة من تقاطعهما معادلة لاربع قوائم اقول هذا الحكم ثابت لجميع الزوايا المحيطة بنقطة اين كانت تلك النقطة وكم كانت الزوايا

كل مثلث اخرج احد اضلاعه فالزاوية الخارجة الحادثة اعظم من كل واحدة من مقابلتيها الداخلتين

مثلا اخرج ضلع ب ح من مثلث ا ب ح الى ى نقول فزاوية ا ح ى اعظم من كل واحدة من زاويتي ا ب ح ب ا ح فلننصف ا ح على ه ونصل ب ه ونخرجه ونجعل ه ر مثل ب ه ونصل ر ح ففي مثلثي ا ب ه ح ر ه ضلعا ب ه ه ا مساويان لضلعي ر ه ه ح وزاويتا ه متساويتان فزاوية ب ا ه مساوية لزاوية ه ح ر وزاوية ا ح ى اعظم من زاوية ا ح ر فهي اعظم ايضا من زاوية ... ولنخرج ا ح الى ح وبمثله يبين ان زاوية ب ح ... زاوية ا ح ... اعظم ايضا من زاوية ا ب ح فيتم البيان وذلك ما اردناه

اقول وقد تبين من ذلك انه لا يمكن ان يخرج من نقطة الى خط خطان يحيطان معه بزاويتين متساويتين في جهة واحدة

يز

كل زاويتين من مثلث فهما اصغر من قائمتين

مثلا زاويتا ب ج من مثلث ا ب ج ولنخرج ب ج الى د فزاويتا ا ج د ا ج ب معادلتان لقائمتين وزاوية ا ج د اعظم من زاوية ب فاذن زاوية ب مع زاوية ا ج ب يكون اصغر من قائمتين وهكذا في البواقي وذلك ما اردناه

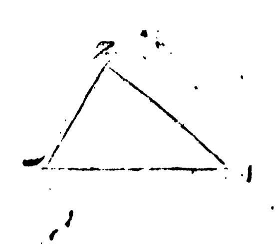
يح

الضلع الاطول من المثلث يوتر الزاوية العظمى

فليكن ضلع ا ب من مثلث ا ب ج اطول من ضلع ا ج نقول فزاوية ا ج ب اعظم من زاوية ا ب ج وذلك لانا اذا فصلنا من ا ب ا د مثل ا ج ووصلنا ج د كانت زاوية ا د ج التي هي اعظم من زاوية ب مساوية لزاوية ا ج د وزاوية ا ج ب اعظم من زاوية ا ج د اعني من زاوية ا د ج فزاوية ا ج ب اعظم كثيرا من زاوية ب وذلك ما اردناه

يط

الزاوية العظمى من المثلث يوترها الضلع الاطول

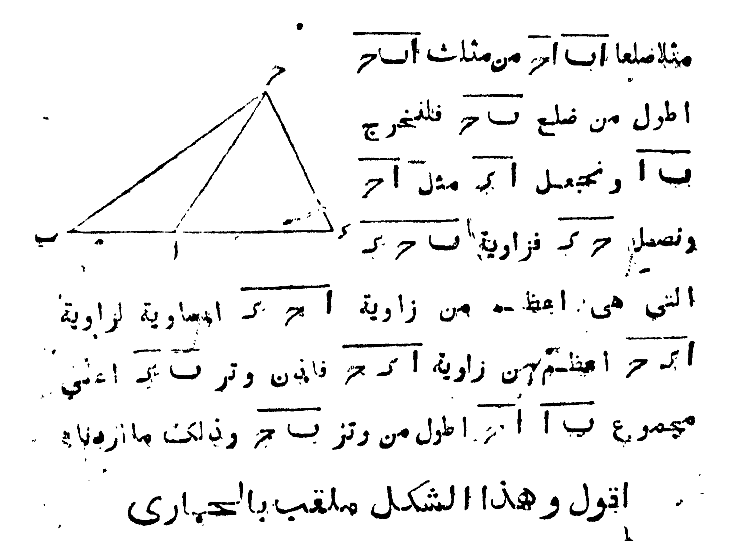


ولتكن زاوية ج من مثلث ا ب ج اعظم من زاوية ب نقول فضلع ا ب اطول من ضلع ا ج وذلك لانه ان لم يكن اطول

منه فاما ان يساويه و يلزم منه تساوي زاويتي ب ج و اما ان يكون اقصر منه و يلزم ان يكون زاوية ب اعظم من زاوية ج و ليس كذلك فاذن ا ب اطول من ا ج و ذلك ما اردناه

ك

كل ضلعي مثلث فهما معا اطول من الثالث



مثلا ضلعا اب اج من مثلث ا ب ج اطول من ضلع ب ج فلنخرج ب ا و نجعل ا د مثل ا ج و نصل ج د فزاوية ب ج د التي هي اعظم من زاوية ا ج د المساوية لزاوية ا د ج اعظم من زاوية ا د ج فاذن وتر ب د اعني مجموع ب ا ا ج اطول من وتر ب ج و ذلك ما اردناه

اقول و هذا الشكل ملقب بالحماري

كل خطين خرجا من طرفي ضلع مثلث وتلاقيا داخله فهما معا اقصر من ضلعيه الباقيين وزاوية بينهما اعظم من زاوية الضلعين

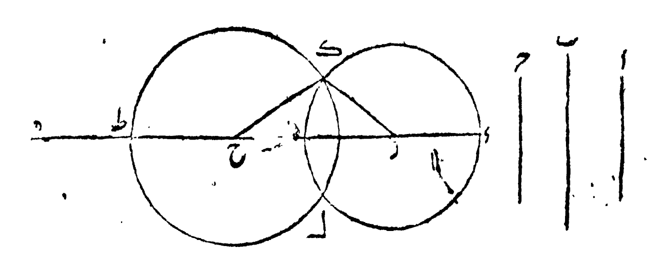
فليكن المثلث ا ب ج وقد خرج من طرفي ب ج خطا ب د ج د وتلاقيا على د نقول فهما معا اقصر من ب ا ا ج وزاوية ب د ج اعظم من زاوية ب ا ج

ولنخرج ب د الى ه فب ا ا ه اطول من ب ه ونجعل ه ج مشتركا فجميع ب ا ا ج اطول من جميع ب ه ه ج وايضا د ه ه ج اطول من د ج ونجعل د ب مشتركا فجميع ب ه ه ج اطول من جميع ب د د ج فاذن ب ا ا ج اطول كثيرا من ب د د ج ولما كانت زاوية ب د ج الخارجة من مثلث ج د ه اعظم من زاوية ج ه د الخارجة من مثلث ا ب ه التي هي اعظم من زاوية ا كانت زاوية ب د ج اعظم كثيرا من زاوية ا وذلك ما اردناه

كب

نريد ان نعمل مثلثا يساوي كل ضلع منه احد ثلثة خطوط مفروضة كل اثنين منها معا اطول من الباقي

فليكن الخطوط آ ب ج وليكن د ه خطا محدودا من جهة د ونفصل منه د ز مثل آ و ز ح مثل ب و ح ط مثل ج ونرسم على ز ببعد ز د دايرة د ك ل وعلى ح ببعد ح ط دايرة ط ك ل فتقاطعان على ك ل ونصل ح ك ز ك فيكون مثلث ك ح ز المطلوب



لان ضلع ك ز منه المساوي لز د يساوي آ وضلع ز ح يساوي ب وضلع ك ح المساوي لح ط يساوي ج وذلك ما اردناه

الاول. والثالث فانا انما يشترط كون كل خطين اطول من الثالث لوجوب كون اضلاع المثلث هكذا و ذلك بعينه هو الموجب لتقاطع الدايرتين

فان جميع ا ب اولم يكن اطول من ح لكان ط ح مساويا لح ك او اطول منه وحينئذ يقع دايرة ك ط ل محيطة بدايرة ك ر ل مماسة اياها من داخل او غير مماسة ولو لم يكن جميع ب ح اطول من ا لكانت دايرة ك ر ل بمثل ذلك محيطة بدايرة ك ط ل ولو لم يكن جميع ا ح اطول من ب لكان ر ح مساويا لجميع ر ك ح ط او اطول منها وحينئذ لم يكن بين الدايرتين احاطة ولا تقاطع بل كانتا متماستين من خارج او غير متماسين

كج

نريد ان نعمل على نقطة مفروضة من خط مفروض زاوية مثل زاوية مفروضة

مثلا على نقطة ا من خط ا ب

مثل زاوية ح فنعين على

خطي الزاوية نقطتي د ه و

نصل د ه ونعمل على ا ب

مثلثا يساوي اضلاعه اضلاع مثلث ح د ه وهو مثلث

ا ر ح على ان ا ح مساو لـ ح د و ا ر مساو لـ د ه

و ح ر لـ ه فزاوية ا المعمولة مساوية لـ ح وهي التي

اردناها

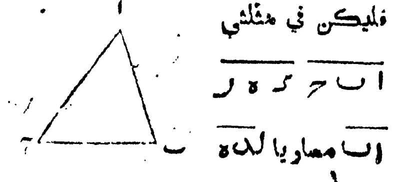
كد

اذا ساوي ساقا مثلث ساقي مثلث اخر كل لنظيره وكانت الزاوية التي بين الاوليين اعظم من التي بين الاخريين كانت قاعدة الاوليين اعظم من قاعدة الاخريين

فليكن في مثلثي

ا ب ح د ه ر

ا ب مساويا لـ د ه



و ا ح لكن ر و زاوية ا اعظم من زاوية ه ك ر نقول

فب ح اطول من ه ر ولنعمل على ك من ك ه زاوية

ه ك ح مثل زاوية ب ا ح ونفصل ك ح مثل ا ح ونصل

ه ح فيكون مثل ب ح ونصل ح ر فلتساوي ك ر

ك ح المتساويين تتساوي زاويتا ك ر ح ك ح ر

ويكون زاوية ه ر ح التي هي اعظم من احديهما اعظم من

زاوية ه ح ر التي هي اصغر من الاخرى فيكون ه ح اعني

ب ح اطول من ه ر وذلك ما اردناه

اقول وههنا اختلاف وقوع

لان ه ح اما ان

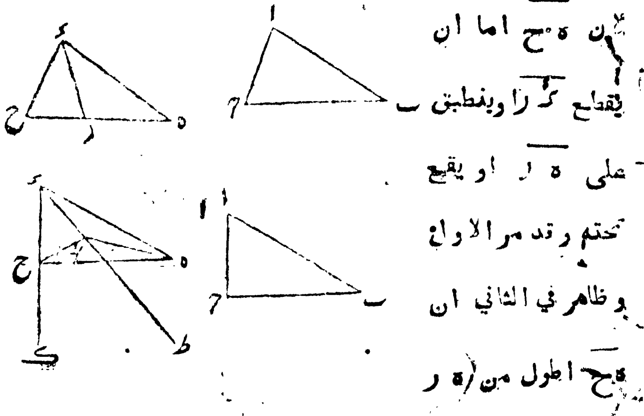
يقطع ك ر او ينطبق

على ه ر او يقع

تحتها وقد مر الاول

وظاهر في الثاني ان

ه ح اطول من ه ر



واما في الثالث فنخرج ساقي ك ر ك ح الى ط ك

ويتساوي زاويتا ط ر ح ك ح ر فيبين كما مر ان زاوية

ه رح اعظم من زاوية ه خ ر و يكون ه ح اطول من ه ر

كه

اذا ساوي ساقا مثلث ساقى مثلث اخر كل لنظيره وكانت قاعدة الاول ليين اطول كانت زاويتها اعظم

مثلا في مثلثي ا ب ح د ه ر ا ب مساو لد ه و ا ح لد ر و ب ح اطول من ه ر نقول فزاوية ا اعظم من زاوية د والا لكانت اما مساوية لها و يلزم ان يكون ب ح مساويا له ر واما اصغر منها و يلزم ان يكون ب ح اقصر من ه ر وكلاهما خلف فان الحكم ثبت وذلك ما اردناه

كو

اذا ساوي زاويتان وضلع من مثلث

زاويتين وضلعا من مثلث آخر النظير للنظير تساويتا الزاويتان والاضلاع الباقية منهما كل لنظيره والمثلث للمثلث .

فليكن المتساويتان في مثلثي ا ب ج د ه ز زاويتي ا ب ج د ه ز وزاويتي ب ج ه ز ولضلعي ا ب د ه الذين بين الزاويتين او لضلعي ب ج ه ز او لضلعي ا ج د ز الموترين لزاويتين متساويتين فانكان لضلعي ا ب د ه فب ج ه ز اما ان يتساويا او يتفاوتا فان تساويا ثبت الحكم لكون ضلعين وزاوية بينهما متساوية لضلعين وزاوية بينهما في المثلثين وان تفاوتا لزم الخلف لانا اذا جعلنا ب ط مثل ه ز ووصلنا ط ا صار مثلثا ا ط ب د ز ه متساويين لذلك بعينه ويكون زاوية ط ا ب مساوية لزاوية ز د ه وكانت زاوية ج ا ب مساوية لزاوية ز د ه فزاويتا ج ا ب ط ا ب الكل والجزء متساويتان . وان كان التساوي لضلعي ب ج ه ز فب ا ه د اما ان يتساويا او يتفاوتا فان تساويا ثبت الحكم

والالزم الخلف لانا اذا جعلنا ب ح مثل ه ك ووصلنا ح ح صار مثلثا ح ح ب ر ك ه متساويين ويكون زاوية ح ح ب مساوية لزاوية ر ك ه وكانت زاوية ح ا ب مساوية بالفرض لزاوية ر ك ه فزاويتا ح ب ح ا ب الخارجة والداخلة متساويتان وذلك محال وكذلك ان كان التساوي للضلعين الباقيين فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

كز

كل خطين وقع عليهما خط وكانت المتبادلتان من الزوايا الحادثة متساويتين فهما متوازيان

فليكن الخطان ا ب ح ك والواقع عليهما ه ر والمتبادلتان المتساويتان زاويتا ا ه ر ك ر ه وذلك لانهما لو لم يكونا متوازيين لتلاقيا في احدي الجهتين مثلا علي ح وكانت زاوية ا ه ر الخارجة من مثلث ه ح ر مساوية لداخلة ه ر ك هذا خلف فاذن انهما متوازيان وذلك ما اردناه

كل خطين وقع عليهما خط وكانت الخارجة من الزوايا الحادثة مساوية لمقابلتها الداخلة او كانت الداخلتان في جهة معادلتين لقائمتين فهما متوازيان

فليكن الخطان $\overline{اب}$ $\overline{حد}$ والواقع $\overline{هزحط}$ والخارجة والداخلة متساويتان $\overline{هزب}$ $\overline{زحد}$ والداخلتان في جهة

زاويتاه $\overline{بزح}$ $\overline{زحد}$ وذلك لان كون زاوية $\overline{هزب}$ مساوية لكل واحدة من زاويتي $\overline{ازح}$ $\overline{زحد}$ المتبادلتين يقتضي تساويهما وايضا كون زاوية $\overline{بزح}$ مع كل واحدة منهما معادلة لقائمتين يقتضي ايضا تساويهما فثبت توازي الخطين وذلك ما اردناه

كط

اذا وقع خط على خطين متوازيين

فالمتبادلتان من الزوايا الحادثة متساويتان
وكذلك الخارجة ومقابلتها الداخلة
والداخلتان من جهة معادلتان لقائمتين

فليقع على خطي ا ب ج د خط ه ز ح نقول فزاويتا ا ح ز د ز ح المتبادلتان متساويتان والا فليكن ا ح ز اعظم ونجعل زاوية ب ح ز مشتركة فجميع زاويتي ا ح ز ب ح ز المعادلتين لقائمتين اعظم من جميع زاويتي د ز ح ب ح ز فا ب ج د لوقوع ه ز ح عليهما وكون داخلتي ب ح ز د ز ح اصغر من قائمتين يلتقيان في جهة ب د هذا خلف وايضا فزاوية ه ز د الخارجة تساوي زاوية ه ح ب الداخلة لان الخارجة تساوي زاوية ج ز ح المقابلة لها وايضا فزاويتا ب ح ز د ز ح الداخلتان معادلتان لقائمتين لان زاويتي د ز ح ج ز ح كذلك وزاويتا ب ح ز ج ز ح متساويتان وذلك ما اردناه

ل

الخطوط الموازية لخط متوازية مثلا

مثلاً كان حرك ا ب موازيين لهز ليقع عليها خط ح ط ك فلتوازي ا ب ز ه ر يكون متبادلتاه ا ح ط ز ط ح متساويتين ولتوازي حرك ه ر يكون داخلة ك ك ح وخارجة ز ط ح متساويتين فاذن متبادلتا ا ح ك ح ك ح متساويتان ولتساويهما خطا ا ب حرك متوازيان وذلك ما اردناه

لا

نريد ان نخرج من نقطة مفروضة خطا موازيا لخط مفروض

مثلا من نقطة ا لخط ب ح نتعين عليه ك ونصل ا ك ونعمل على ا من ا ك زاوية ك ا ه مثل زاوية ا ك ح ونخرج ا ه الى ز فهو ر مواز لب ح لتساوي المتبادلتين وذلك ما اردناه

كل مثلث اخرج احد اضلاعه فزاويته الخارجة
مساوية لمقابلتيها الداخلتين وزوايا
المثلث مساوية لقائمتين

فليكن المثلث ا ب ح والضلع
المخرج ب ح الى د و
لنخرج من ح ح ه موازيا
لب ا فزاوية ا ح ه مساوية
لزاوية ا لكونهما متبادلتين وزاوية ه ح د مساوية لزاوية
ب لكونهما خارجة وداخلة فاذن جميع زاوية ا ح د
الخارجة من المثلث مساوية لزاويتي ا ب الداخلتين وزاويتا
ا ح د مع زاوية ا ح ب معادلة لقائمتين فاذن الثلاث
الداخلة كذلك وذلك ما اردناه

لب

الخطوط الواصلة بين اطراف الخطوط
المتساوية المتوازية التي في جهة بعينها
متساوية متوازية

ه فليكن اب حد متساويين متوازيين ووصل
بين اطرافهما اح ب د فهما متساويان
متوازيان ولنصل ب ح ففي مثلثي اب ح
ب ح د ضلعا اب ب ح مساويان
لضلعي د ح ح ب ومتبادلتا اب ح د ح ب
متساويتان فاح مساو لبد وايضا متبادلتا اح ب
د ب ح متساويتان فاح مواز لبد وذلك ما اردناه

لو

الاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية وكذلك الزوايا المتقابلة واقطار تلك السطوح ينصفها

فليكن السطح اب ح د والقطر د ب ففي مثلثي د اب ب ح د لتساوي متبادلتي اد ب ح ب د ومتبادلتي اب د ح د ب واشتراك ب د يكون ضلعا اد ح ب

متساويين وكذلك ضلعا ا ب ح د وزاويتا ا ح وجميع زاويتي ا د ح ح ب ا والمثلثان بأسرهما فالسطح ينصف ب د وذلك ما اردناه

لە

كل سطحين متوازيي الاضلاع يكونان على قاعدة واحدة في جهة واحدة بين خطين متوازيين بعينهما فهما متساويان

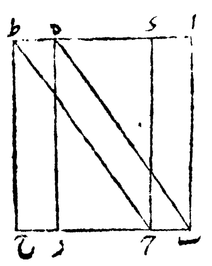
مثلا كسطحي ا ب ح د ه ب ح ر الكائنين على قاعدة ب ح بين متوازيي ب ح ا ر وذلك لان ا د ه ر المساويين لب ح متساويان ونجعل ه د مشتركا فيصير في مثلثي ه ا ب ر د ج ضلعا ا ه ر د متساويين وكذلك ضلعا ا ب د ح وزاويتا ب ا ه ح د ر الداخلة والخارجة فيكون المثلثان متساويين ويصيران بعد اسقاط سطح د ج ه وزيادة سطح ج ب ح المشتركين ايضا متساويين وهما السطحان وذلك ما اردناه

اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع

لان نقطة ه تقع اما خارجا عن ا د ويتقاطع ب ه ز ح د على ح كما مر واما منطبقة على د او فيما بين ا د ولا يقع في الاخيرين الامشترك وحد زائد هو مثلث او منحرف والبيان واضح .

لو

كل سطحين متوازيي الاضلاع يكونان في جهة على قاعدتين متساويتين بين خطين متوازيين بعينهما فهما متساويان

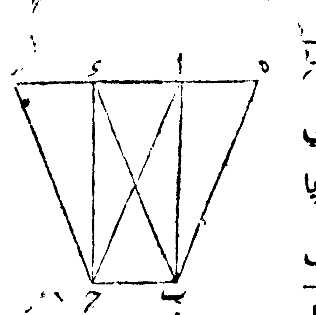


مثلا كسطحي ا ب ح د ه ز ح ط على قاعدتي ب ح ز ح المتساويتين وفيما بين متوازيي ب ح ا ط وذلك لانا نصل ب ه ح ط فيكونان متساويين متوازيين لكون خطي ب ح ه ط كذلك

ويكون كل واحد من السطحين مساويا للسطح ه ب ح ط المتوازي الاضلاع الكائن معه على قاعدة واحدة بين متوازيين بعينهما فاذن السطحان متساويان وذلك ما اردناه

لز

كل مثلثين يكونان في جهة واحدة على قاعدة واحدة بين متوازيين بعينهما فهما متساويان



مثلا كمثلثي ا ب ح د ب ح على قاعدة ب ح بين متوازيي ب ح ا د ولنخرج ب ه موازيا لح ا و ح ز موازيا لب د الى ان يلقيا ا د المخرج في جهتيه على ه ز فيصير ه ب ح ا د ب ح ز سطحين متوازيي الاضلاع على قاعدة ب ح فيما بين متوازيي ب ح ه ز فهما متساويان وكذلك نصفاهما اعني المثلثين وذلك ما اردناه

لح

كل مثلثين يكونان في جهة واحدة على قاعدتين متساويتين فيما بين خطين متوازيين بعينهما فهما متساويان

مثلا كمثلثي ا ب ح ك ه ر على قاعدتي ب ح ه ر المتساويتين بين متوازيي ب ر ا ك ولنخرج ب ح موازيا لح ا و ر ط موازيا له ك الى ان يلقيا ا ك المخرج من جهتيه على ح ط فيصير ح ب ح ا ك ه ر ط سطحين متوازيي الاضلاع على قاعدتين متساويتين فيما بين متوازيي ب ر ح ط فهما متساويان وكذلك نصفاهما اعني المثلثين وذلك ما اردناه

لط

كل مثلثين متساويين في جهة واحدة على قاعدة واحدة فهما بين خطين متوازيين

مثلاً كمثلثي ا ب ج د ب ج على

قاعدة ب ج ونصل ا د فهو مواز

لب ج والا فليكن ا ه موازيا له وليلاق

ب د الخارج معه عن ا ب على اقل

من قائمتين عند ه ونصل ه ج

فمثلث ه ب ج مساو لمثلث ا ب ج المساوي لمثلث

د ب ج ويلزم تساوي الجزء والكل هذا خلف فاذن الحكم

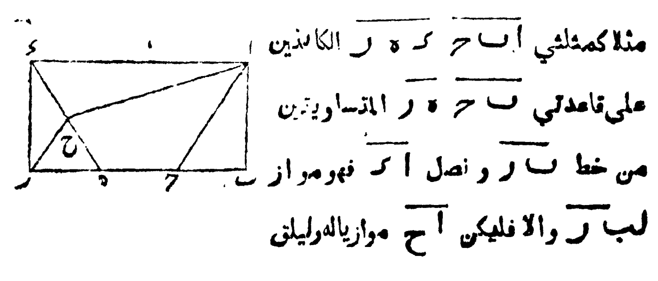
ثابت وذلك ما اردناه

اقول

وان وقع ا ه خارجا عن ب د كان البيان كما مر

م

كل مثلثين متساويين على قاعدتين متساويتين من خط بعينه في جهة واحدة فهما بين خطين متوازيين



مثلاً كمثلثي ا ب ج د ه ز الكائنين

على قاعدتي ب ج ه ز المتساويتين

من خط ب ز ونصل ا د فهو مواز

لب ز والا فليكن ا ح موازيا له وليلاق

ﻙ على ح واصل ح ر فيكون مثلثا ح ه ر ك ه ر الجزء والكل متساويين لكون كل واحد منهما مساويا لمثلث ا ب ح هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

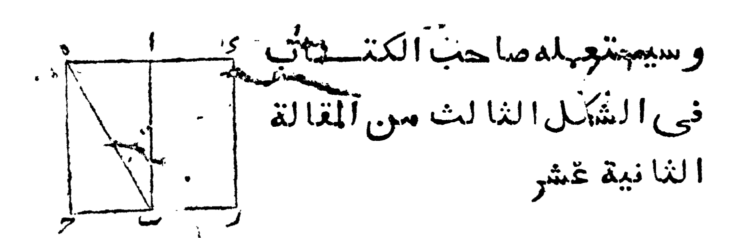
ما

كل سطح متوازي الاضلاع ومثلث يكونان في جهة واحدة على قاعدة واحدة بين خطين متوازيين بعينهما فالسطح ضعف المثلث

مثلا كسطح ا ب ح د ومثلث ه ب ح الكائنين على قاعدة ب ح وبين متوازيي ب ح ا ه ولنصل ا ح فسطح ا ب ح د هو ضعف مثلث ا ب ح المساوي لمثلث ه ب ح وذلك ما اردناه

اقول

وكذلك ان كانا على قاعدتين متساويتين



وسيستعمله صاحب الكتاب في الشكل الثالث من المقالة الثانية عشر

مب

نريد ان نعمل سطحا متوازي الاضلاع يساوي مثلثا مفروضا ويساوي احدى زواياه زاوية مفروضة

وليكن المثلث ا ب ج والزاوية د فلننصف ب ج على ه ونصل ا ه ونعمل على ه من ه ج زاوية ج ه ز كزاوية د ونخرج من ا ا ح موازيا له ج فيلقي ه ز لخروجهما عن ا ه على اقل من قائمتين ونخرج من ج ج ح موازيا له ز الى ان يلقي ا ح على ح فيحدث سطح ز ه ج ح المتوازي الاضلاع والمساوي لضعف ا ه ج اعني المثلث ا ب ج المفروض وزاويته اعني زاوية ز ه ج مساوية لزاوية د وذلك ما اردناه

اقول

وههنا اختلاف وقوع لان ه ز اما ان ينطبق على ا ه او يقع في احدي جهتيه

مح

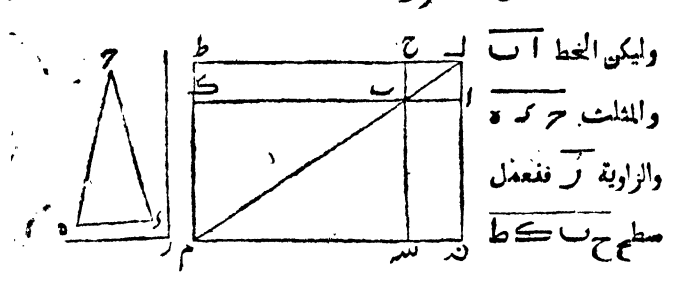
المبرهان وهما كل سطحين متوازيي الاضلاع يقعان في سطح متواهما عن جنبتي قطره متلاقيين على نقطة من القطر ومشاركين لذلك السطح بزاويتين فهما متساويان

مثلا كسطحي ا ط ز ه ز ك ح ح الواقعين في سطح ا ب ح ك من جنبتي قطر ب ك المتلاقيين على ز من القطر المشاركين لسطح ا ب ح ك بزاويتي ا ح وذلك لان سطح ا ب ح ك متوازي الاضلاع وسطحي ط ب ك ز ه ز ح ك ايضا متواريا الاضلاع فانصاف السطوح الثلثة اعني مثلثي ا ب ك ب ح ك ومثلثي ط ب ز ب ك ز ومثلثي ه ز ك ز ح ك متساوية واذا القينا مثلثي ط ب ز ه ز ك من مثلث

ا ب د ومثلثي ب ز ك زح د من مثلث ب ح د
بقي المتممان متساويين وذلك ما اردناه

مد

نريد ان نعمل على خط مفروض سطحا متوازي
الاضلاع يساوي مثلثا مفروضا وتساوي احدى
زواياه زاوية مفروضة



وليكن الخط ا ب
والمثلث ح د ه
والزاوية ز فنعمل
سطح ح ب ك ط

مساويا للمثلث وزاوية ب منه مساوية لزاوية ز على
ان يكون ا ب ك خطا واحدا ونتمم سطح ل ا ب ح
المتوازي الاضلاع ونصل قطر ل ب ونخرجه ونخرج ط ك
الى ان يلتقيا على م لخروجهما عن ل ط على اقل من
قايمتين ونخرج م ن موازيا لك ا ونخرج ل ا
ح ب الى ان يلقياه على ن س وذلك لخروج كل واحد

مفهما مع م ن عن ل م على اقل من قايمتين اعني زاويتين مساويتين لزاويتي ب ل ا ل ب ا من مثلث ا ل ب فيكون سطح ط ن متوازي الاضلاع وسطحا ط ب ب ن فيه المتممين فاذن سطح ب ن المعمول على ا ب مساو لسطح ب ط اعني لمثلث ج د ه وزاوية ا ب س منه اعني زاوية ح ب ك مساوية لزاوية ر وذلك ما اردناه .

مه

نريد ان نعمل على خط مفروض سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطحا مفروضا مستقيم الاضلاع وتساوي احدى زواياه زاوية مفروضة .

وليكن الخط ه ط والسطح المفروض ا ب ج د والزاوية المفروضة ل فينقسم السطح بمثلثي ا ب ج ب ج د ونعمل على ه ط سطح ر ه ط ك مساويا لمثلث ا ب ج وزاوية ه منه مساوية لزاوية ل وعلى ر ك المساوي له ط سطح

ح ر ك مساويا لمثلث ب ح ك وزاوية ح ر ك منه مساوية لزاوية ل اعني لزاوية ه فتكون مع زاوية ه ر ك معادلة لقايمتين و يتصل ح ه خطا مستقيما وكذلك ط م فيكون ه م المتوازي الاضلاع معمولا على ه ط ومساويا لسطح ا ب ح ك وزاوية ه منه مساوية لزاوية ل وذلك ما اردناه

مو

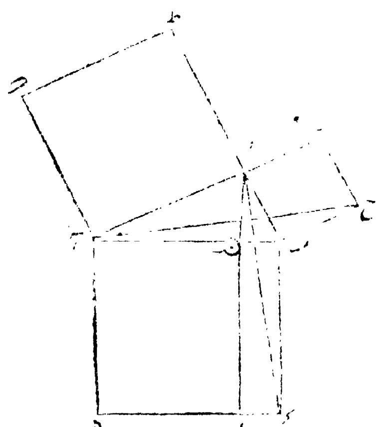
نريد ان نعمل على خط مربعا

مثلا على خط ا ب فنخرج من نقطة ا عمود ا ح ونجعله مساويا لا ب ومن ب خط ب ك موازيا لا ح ومن ح خط ح ك موازيا لا ب الى ان يلتقيا على ك لخروجهما من خط يتوهم واصلا بين ح ب على اقل من قايمتين فيكون سطح ا ك المتوازي الاضلاع متساويا لتساوي ضلعي ا ب ا ح المساويين لمقابليهما قائم الزوايا لكون زاوية ا قائمة وزاوية ب اعني تمامها من قائمتين ايضا قائمة والباقيتين

مساويتين لهما فاذن سطح ا ك مربع معمول على ا ب
وذلك ما اردناه

مز

كل مثلث قائم الزاوية فان مربع وتر زاويته القائمة مساو لمربعي ضلعيها



مثلا في مثلث ا ب ح مربع ب ح وتر زاوية ا القائمة مساو لمربعي ب ا ا ح ولنعمل المربعات وهي ب ك ه ح د ح ر ا ا ط ك ح فيتصل ر ا ح خطا واحدا لكون زاويتي ب ا ر ب ا ح قائمتين وكذلك ب ا ط ونخرج من ا ا ل موازيا لب ك فيقع داخل المثلث لان زاوية ك ب ا اكبر من قائمة فيكون زاوية ب ا ل اقل من زاوية ب ا ح القائمة ويقطع لامحالة ب ح على ن مثلا ويقسم به مربع ب ه الى سطحي ب ل ل ح ونصل ح ج

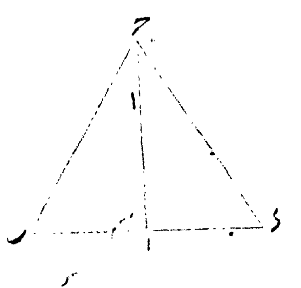
آ ك فلان في مثلثي ح ح ب ب ا ك ضلعي ح ب ب ح وزاوية ح ب ح مساوية لضلعي ا ب ب ك وزاوية ا ب ك يكون المثلثان متساويين ومثلث ح ح ب يساوي نصف مربع ر ب لكونهما على قاعدة ح ب بين متوازيي ح ب ر ح وكذلك مثلث ب ا ك يساوي نصف سطح ب ل لكونهما على قاعدة ب ك بين متوازيي ب ك ا ل فمربع ر ب يساوي سطح ب ل لتساوي نصفيهما وبمثل ذلك يتبين ان مربع ط ح يساوي سطح ح ل فاذن مربع ب ح يساوي مربعي ب ا ا ح وذلك ما اردناه

اقول وهذا الشكل ملقب بالعروس

مح

اذا ساوى مربع ضلع مثلث مربعي ضلعيه الباقيين فالزاوية التي بين الباقيين قائمة

فليكن مربع ح ب من مثلث ا ب ح مساويا لمربعي ا ب ا ح فزاوية ا قائمة ولنخرج من ا عمود ا ك على ح ا مساويا لا ب ونصل ح ك فمربعا ك ح ح ب متساويان



لكون كلو احد منهما مساويا لمربعي اح اب اعني اد
فدح حب متساويان فاضلاع مثلثي احب احد
النظائر متساوية فزاوية حاب مساوية لزاوية حاد
القائمة فهي ايضا قائمة وذلك ما اردناه

المقالة الثانية اربعة عشر شكلا

– ١ –

صدر

يقال لكل خطين يحيطان باحدي زوايا سطح متوازي الاضلاع قائم الزوايا المحيطان به اقول وانا اعبر عن ذلك السطح بسطح احدهما في الاخر ويقال لمجموع المتممين واحد امتوازيي الاضلاع اللذين بينهما العلم

الاشكال

١

سطح الخط في خط اخر يساوي مجموع سطوحه في اقسام ذلك الخط

مثلا سطح ا في ب ح يساوي مجموع سطوح ا في خطوط ب ك ك ه ه ح التي هي اقسام ب ح ولنخرج عمود ب ر على ب ح مثل ا ونتمم سطح ب ح القائم الزوايا فهو سطح ا في ب ح ونخرج ك ط ه ک موازيين لب ر

فيكونان متساويين له اعني ل و يكون سطوح ب ط ك ك
ه ح سطوح ا في ب ك ك ه ه ح وجميعها يساوي السطح
ب ح وذلك ما اردناه

ب

مجموع سطوح الخط في اقسامه يساوي مربعه

مثلا مجموع سطحي خط ا ب في خطي ا
ح ح ب يساوي مربع خط ا ب ولنرسم
على ا ب مربع ا ه ولنخرج ح ز موازيا
لا ك فسطحا ا ز ح ه هما سطحا ا ك اعني ك
ا ب في قسميه وهما ا ح ح ب ومجموعهما هو مربع ا ه
وذلك ما اردناه

ح

سطح الخط في احد قسميه يساوي مجموع مربع
ذلك القسم وسطحه في القسم الآخر

مثلا سطح ا ب في ب ح ا
يساوي مجموع مربع
ب ح وسطح ا ح في ح ب ز
ولنرسم على ب ح مربع ح ه ولنتمم سطح ا ز فا ز اعني ح ك

مساو لحـ ب فسطح ا ه الذي هو سطح ا ب في ب ح
مساو لمربع ا ه واسطح ا ك الذي هو سطح ا ح في ح ب
وذلك ما أردناه

ك

مربع الخط يساوي مجموع مربعي قسميه
وضعف سطح احدهما في الاخر

وليكن الخط ا ب وقد قسم على ح
كيف يتفق ونرسم عليه مربع ا ه ونخرج
ح ز موازيا لا ك ونصل ب ك قاطعا اياه
على ح ومن ح ح ط ك موازيا لا ب فزاوية
ح ح ب الخارجة تساوي ا ك ب الداخلة وهي مساوية
لزاوية ا ب ك لتساوي ا ك ا ب في مثلث ا ك ب
فح ح ح ب في مثلث ح ح ب متساويان فسطح ح ك
المتوازي الاضلاع متساويها وهو قائم الزوايا لكون زاوية
ح ب ك منه قائمة وزاوية ب ح ح تمامها من قائمتين
ومقابلتيهما مساويتين لهما فهو مربع لخط ح ب وبمثل ذلك
يبين ان سطح ط ز مربع لط ح اعني لا ح وسطح ا ح

هو سطح آح في ح المساوي لحب وسطح ح ه مساو لاح فاذن مربعي ا ه يساوي مربعي ط ر ح ک الذين هما مربعا قسمي اح حب وسطحي اح ح ه الذين هما ضعف سطح اح في حب وذلك ما اردناه

وقد بان منه

ان السطوح المتوازية الاضلاع الواقعة على اقطار المربعات مربعات ومعني الوقوع ان يكون اقطار تلك المتوازية الاضلاع بعض اقطار المربعات . وان المربعات الواقعة في المربعات بانطباق ضلعين على ضلعين انها تقع على اقطارها

ه

كل خط نصف وقسم بمختلفين فمجموع سطح احد القسمين في الاخر ومربع الفضل بين النصف والقسم يساوي مربع النصف

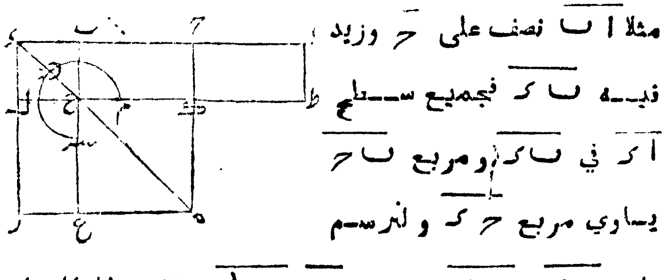
مثلا اب نصف على ح وقسم على ک فمجموع سطح اک في کب ومربع حک يساوي

مربع ح ب ولنرسم على ح ب كـ ب مربعي ح ر كـ ك ونصل القطر ونخرج كـ ح ك ح الى ع ل بل الى ط ونتمم سطح ح ط فلان ح خ يساوي ح ر ونجعل كـ ك مشتركا يكون ح ك اعني ح ط مساويا لـ لـ ر ونجعل ح ح مشتركا يكون ا ح مساويا لعلم م ن س ونجعل ل ع مشتركا يكون جميع ا ح الذي هو سطح ا كـ في كـ ب و ل ع الذي هو مربع ح كـ مساويا لـ ر الذي هو مربع ح ب وذلك ما اردناه

و

كل خط نصف وزيد فيه خط اخر على استقامته فمجموع سطح الخط مع الزيادة في الزيادة ومربع النصف يساوي مربع النصف مع الزيادة

مثلا ا ب نصف على ح وزيد فيه ب كـ فجميع سطح ا كـ في ب كـ ومربع ب ح يساوي مربع ح كـ ولنرسم



على ح كـ ب كـ مربعي ح ر ب ل ونتمم الشكل بان

نصل القطر ونخرج ل ح الى ع و ل ح الى ك وسطح ح ط فلان سطح ح ط يساوي سطح ح ح اعني سطح ح ر ونجعل ح ل مشتركا يكون سطح ا ل مساويا لعلم م ن س ونجعل ك ع مشتركا يكون مجموع ا ل الذي هو سطح ا ك في ك ل اعني في ك ب ومربع ك ع الذي هو مربع ح ب مساويا لـ ح ر الذي هو مربع ح ك وذلك ما اردناه .

ويمكن ان يعبر عن هذا الشكل والذي قبله بقول واحد

وهو ان يقال خط ا ب نصف على ح واخذ منه ب ك مما يلي ب في احدي جهتيها كيف اتفق فسطح ا ك في ك ب اذا نقص من مربع ح ب او زيد عليه حصل مربع ح ك وقس البيان عليه .

ر

مربع الخط مع مربع احد قسميه يساوي مجموع ضعف سطح الخط في ذلك القسم ومربع القسم الاخر

مثلا مربع اب مع مربع ب ح يساوي جميع ضعف سطح اب في ب ح ومربع اح ولنرسم على اب مربع اه ونفصل ب ك مثل ب ح ونتمم الشكل فسطحا ا ر ر ه متساويان ونجعل ح ك مشتركا فيصير ا ك ح ه متساويين وهما ضعف ا ك بل علم ل م ن مع مربع ح ك فعلم ل م ن مع مربع ح ك يساوي ضعف ا ك ونجعل ط ح مشتركا فمجموع علم ل م ن ومربعي ح ك ط ح اعني مربعي ا ه ح ك الذين هما مربعا خطي ا ب ح ب يساوي مجموع ضعف ا ك الذي هو سطح ا ب في ب ح ومربع ط ح الذي هو مربع ا ح وذلك ما اردناه

ويمكن ان يعبر عن الشكل الرابع وعن هذا الشكل بقول واحد

وهو ان يقال خط اب اخذ منه ب ح مما يلي ب في احدى جهتيها فاذا نقص ضعف سطح اح في ح ب من مربع اب اوزيد عليه حصل مجموع مربعي اح ح ب وقس البيان عليه

اربعة امثال مسطح الخط في احد قسميه مع مربع القسم الاخر يساوي مربع خط يزيد على ذلك الخط بقدر القسم الاول

وليكن الخط اب واحد قسميه حب وزيد في اب بك بقدر حب فاربعة امثال مسطح اب في حب مع مربع اح يساوي مربع اك ولنرسم على اك مربع اه ونصل قطر كر ونخرج خطي حح بط موازيين لار فيقطعان كر على كل ومنهما كم ن ل سع موازيين لاك فسطوح حك بن فص كع الاربعة مربعات لتساوي بك حب وكون بن فص مربعيهما او قوعهما علي القطر والجميع اربعة امثال حك وسطوح اف م ل ص ه ل ط متساويات لتساوي ام مس ولكون ال ل ه متممين وكذلك م ل ل ط والجميع اربعة امثال اف نعلم قشرت اربعة امثال

اك الذي هو سطح اب في ب ك اعني ح ب وهو
مع سح الذي هو مربع اح يساوي ام الذي هو مربع
اك وذلك ما اردناه

ط

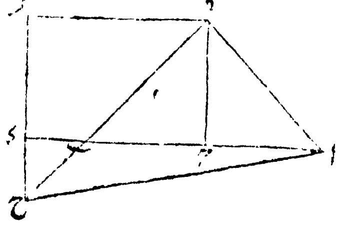
كل خط نصف وقسم بمختلفين فمجموع
مربعي القسمين يساوي ضعف مربعي النصف
والفصل بين النصف والقسم

مثله اب نصف على ح وقسم
بمختلفين على ك فمجموع مربعي
اك كب يساوي ضعف مربعي اح
حك فنخرج من ح عمود
حه مساويا لاح ونصل اه به ومن ك
كز موازيا لحه ومن ز زح موازيا لاح ونصل
از ولان في مثلثي احه بحه ضلعي اح بح مساويان
لضلع حه وزاويتا ح قائمتان يكون كل واحدة من زاويتي
اهح به ح نصف قائمة وزاوية اه ز قائمة ولان في
مثلث بكز زاوية ب نصف قائمة وزاوية بكز قائمة

يبقى زاوية ا ب د ايضا نصف قائمة و يكون ب د د ز
متساويين و بمثل ذلك يكون في مثلث ه ح ز ضلعا ه ح
ز ح متساويين والتساوي ا ح ه ح يكون مربع ا ه مساويا
لضعف مربع ا ح وايضا مربع ه ز مساو لضعف مربع ح ز
اعني ح د فمربعا ا ه ه ز اعني مربع ا ز بل مربعي
ا د د ز اعني مربعي ا د د ب معا مساويان لضعف مربعي
ا ح ح د وذلك ما اردناه

ى

كل خط نصف وزيد فيه خط اخر على استقامته
فمربعا الخط مع الزيادة و الزيادة وحدها
يساويان ضعف مربعي نصف الخط وحده
ونصفه مع الزيادة



مثلا ا ب نصف على ح
وزيد فيه ب د فمربعا ا د
ب د يساويان ضعف مربعي
ا ح ح د ونخرج عمود

حه مثل اح ونصل اه هب ونخرج منهما د دز

موازيا لحه ومن ه هز موازيا لحد وملاقيا لدز

ولما كانت زاويتا دزه حهز كقائمتين يكون زاويتا

دزه به ز اقل من قائمتين فنخرج هب زد الى

ان يتلاقيا على ح ونصل اح فلان في مثلثي احه بحه

ضلعي اح بح مساويان لحه وزاويتي ح قائمتان

يكون كل واحدة من زاويتي اهح بهح نصف قائمة

وزاوية اهب قائمة ولما كانت زاوية دحه قائمة

وزاوية زهح تمامها من قائمتين فهي ايضا قائمة ويبقى زاوية

حهز نصف قائمة وزاوية هزح قائمة فزاوية زحه من مثلث

هزح ايضا نصف قائمة ويكون ضلعا هز زح متساويين وبمثل

ذلك يبين ان ضلعي بد حد من مثلث بحد

متساويان ولتساوي اح هح يكون مربع اه مساويا

لضعف مربع اح وايضا مربع هح مساو لضعف مربع هز

اعني حد ومربعا اه هح اعني مربع اح بل مربعي

اد دح اعني مربعي از بد يساويان ضعف مربعي

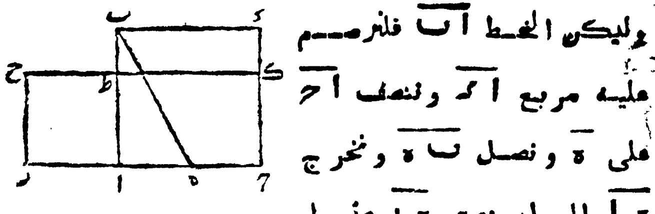
اح حد وذلك ما اردناه

ويمكن ان يعبر عن هذا الشكل والذي قبله بعبارة واحدة

وهي ان يقال خط آب نصف على ح واخذ منه ب د مما يلي ب في احدى الجهتين فمربعا آ د د ح يساويان ضعف مربعي آ ح ح د وقس البرهان عليه

يا

نريد ان نقسم خطا بقسمين يكون سطحه في احدهما مساويا لمربع الاخر



وليكن الخط آب فلنرسم عليه مربع آ د ونصف آ ج على ه ونصل ب ه ونخرج ه آ الى ان يصير ه ر مثل ه ب ونرسم على آ ر مربع آ ح فيقسم الخط به على ط القسمة المذكورة وانما ينقسم به لان جميع ه ا ا ب اطول من ه ب اعني ه ر ويلقي ه آ المشترك فيبقى آ ر اعني آ ط اقصر من آ ب فيقسم الخط على ط وانما يكون القسمة هي المذكورة لان خط ج ا نصف على ه وزيد فيه ا ر فسطح

حر في را مع مربع ه يساوي مربع ه ر اعني

ه ب اعني مربعي ه ا اب ويلقي مربع اه المشترك

يبقى سطح حر في را اعني في رح وهو سطح رك

مساويا لمربع اب وهو اك ويلقي اك المشترك يبقى

مربع اح مساويا لسطح طك الذي هو سطح طك اعني

اح بل اب في طب فسطح اب في طب يساوي

مربع اط وذلك ما اردناه

يب

كل مثلث منفرج الزاوية فان مربع وتر زاويته المنفرجة اعظم من مربعي ضلعيها بضعف سطح القاعدة اعني الضلع الذي يقع عليه العمود الخارج من احدى الباقيتين في القدر الذي يقع منه بعد اخراجه بين الزاوية وموقع العمود

وليكن المثلث ا ب ح والزاوية المنفرجة منه ا ونخرج

من ب عمود ب د على ضلع ا ج المسمى بالقاعدة

فيقع نقطة د منه بعد اخراجه في جهة ا اذ لو وقع داخل

المثلث او خارجه من جهة ج لاجتمع في المثلث الحادث

من العمود والقاعدة وضلع ب ا قائمة ومنفرجة فمربع

فمربع ب ج اعظم من مربعي ب ا ا ج بضعف سطح

ا ج القاعدة في ا د الذي بين الزاوية وموقع العمود وذلك

لان ج د مقسوم على ا فمربعه يساوي مربعي د ا ا ج

وضعف سطح د ا في ا ج ونجعل مربع ب د مشتركا

فيصير مربعا ب د د ج اعني مربع ب ج مساويا لمربعي

ب د د ا اعني مربع ب ا مع مربع ا ج وضعف سطح

د ا في ا ج ويظهر ان مربع ب ج اعظم من مربعي ب ا

ا ج بضعف السطح المذكور وذلك ما اردناه

يب

كل مثلث فمربع وتر زاويته الحادة اصغر من

مربعي ضلعيها بضعف سطح القاعدة في القدر

الذي يقع منه بين الزاوية وموقع العمود الخارج

من احدى الباقيتين

وليكن المثلث ا ب ح والزاوية الحادة منه ب والعمود المخرج من ا على القاعدة وهي ضلع ب ح هو ا د الواقع من الزاوية في جهة المثلث اذ لو وقع خارجا في الجهة الاخرى لاجتمع في المثلث الحادث منه ومن القاعدة ومن ضلع ا ب قائمة ومنفرجة نقول فمربع ا ح اصغر من مربعي ا ب ب ح بضعف سطح ح ب في ب د وذلك لان ح ب مقسوم على د فمربعا ح ب ب د يساويان ضعف سطح ح ب في ب د مع مربع ح د ونجعل مربع ا د مشتركا فيصير جميع مربعات ح ب ب د ا د اعني مربعي ح ب ب ا مساوية لضعف سطح ح ب في ب د مع مربعي ح د د ا اعني مربع ح ا ويظهر ان مربع ح ا اصغر من مربعي ح ب ب ا بضعف سطح ح ب في ب د وذلك ما اردناه

اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع

لان زاوية ج ان كانت قائمة انطبق العمود على ضلع آج وكان الواقع

بين الزاوية وموقع العمود هو القاعدة نفسها وان كانت منفرجة وقع العمود خارجا من جهة ج وكان الواقع اعظم من القاعدة وان كانت حادة وقع العمود في المثلث والواقع بعض القاعدة كما رسم في الكتاب

ويمكن ان يعبر عن هذا الشكل والذى قبله بعبارة واحدة

وهي ان يقال كل مثلث فان الفصل بين مربع وتر زاويته التي لا تكون قائمة وبين مربعي ضلعيها يكون ضعف سطح القاعدة فيما يقع بين الزاوية وموقع العمود من خط القاعدة ثم يذكر البرهان المشترك على قياسه

يد

نريد ان نعمل مربعا يساوى شكلا مفروضا مستقيم الاضلاع

وليكن الشكل آ فلنرسم سطحا قائم الزوايا مساوله وهو سطح ب ج ك ه فان كان ب ه ك متساويين فقد عملناه والا فنخرج ب ه ز الى ان يصير ه ز مثل ه ك ونرسم على ب ز نصف دائرة ب ط ز ونخرج ك ه الى ط من المحيط ونصل بين ح المركز وبين ط فه ط ضلع المربع المطلوب وذلك لان ب ز منصف على ح ومقسوم على ه بمختلفين فسطح ب ه في ه ز مع مربع ح ه يساوي مربع ح ز اعني مربع ح ط بل مربعي ح ه ه ط ويلغي مربع ح ه المشترك يبقى سطح ب ه في ه ز الذي هو سطح ب ك اعني سطح آ مساويا لمربع ه ط وذلك ما اردناه

المقالة الثالثة ستة وثلثون شكلا

الحدود

الدوائر المتساوية هي المتساوية الاقطار او المتساوية الخطوط الخارجة من المراكز الى المحيطات والخط المماس للدائرة هو الذي يلقاها ولا يقطعها وان اخرج في جهتيه والدوائر المتماسة هي التي تتلاقي ولا تتقاطع والخطوط المتساوية الابعاد من المركز هي التي يتساوي الاعمدة الواقعة عليها من المركز والذي بعده اعظم هو الذي يكون عموده اطول وقطعة الدائرة شكل يحيط به خط هو قاعدتها وقوس ما هي بعض المحيط وزاوية القطعة هي التي يحيط بها ذلك الخط والقوس والزاوية التي في القطعة هي التي يحيط بها خطان يخرجان من طرفي قاعدة القطعة ويتلاقيان على اى نقطة تفرض من قوسها والزاوية التي يحيط بها خطان يخرجان من نقطة ما على المحيط او المركز يحوزان قوسا منه يقال لها التي على تلك القوس وقطاع الدائرة شكل يحيط به خطان يخرجان من المركز وقوس ما يحوزانها من المحيط والقطع المتشابهة من الدوائر هي التي تقبل الزوايا المتساوية وفي بعض النسخ

والقطع المتساوية هي التي زواياها متساوية

الاشكال

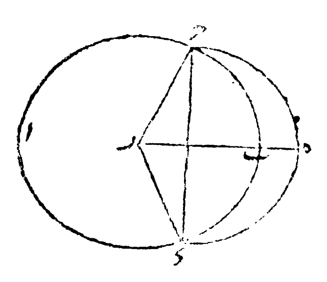
١

نريد أن نجد مركز دائرة كدائرة ا ب فنعلم على محيطها نقطتي ج د كيف اتفق ونصل ج د وننصفه على ه ونخرج من ه عليه عمود ه ا قاطعا للمحيط في الجهتين على ا ب وننصف ا ب على ح فهو المركز والا فليكن المركز ط ونصل ط ج ط د ط ه فمثلثا ط ج ه ط د ه متساويا الاضلاع المتناظرة فزاويتا ط ه ج ط ه د منهما متساويتان بل قائمتان وكانت زاويتا ا ه ج ا ه د قائمتين هذا خلف فاذن لا مركز غير نقطة ح وذلك ما اردناه

وقد تبين منه انه لا يتقاطع وتران على قوائم وينصف احدهما الآخر الا ويجوز احدهما بالمركز وبعبارة اخرى لا يخرج عمود من منتصف وتر الا ويمر بالمركز قول

وان فرض المركز على آب غير نقطة ح كنقطة ز كان الخلف من جهة اخرى وهي انتصاف الخط في موضعين هما ح ز

كل خط وصل بين نقطتين على المحيط اي كل وتر فهو يقع داخل الدائرة



مثلا في دائرة آب وصل بين نقطتي ح ک بخط ح ک فح ک يقع داخلا والا فليقع خارجا او منطبقا على المحيط وليكن اولا خارجا كخط ح ه ک وليكن المركز ز ونصل ز ح ز ک ونعلم على ح ه ک نقطة ه كيف وقعت ونصل ز ب ه فلتساوي زاويتي ز ک ه ز ح ه من مثلث ز ک ه ح المتساوي الساقين وكون خارجة ز ه ک اعظم من داخلة ز ح ه يكون زاوية ز ه ک اعظم من زاوية ز ک ه ويلزم ان يكون وتر ز ک اعني ز ب اطول من وتر ز ب ه هذا خلف وبمثله يبين ان ح ک لا ينطبق على المحيط فهو اذن يقع داخله وذلك ما اردناه

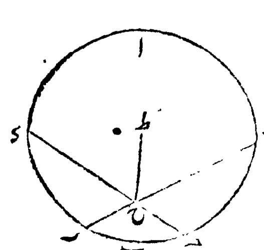
ح

كل وتر خرج اليه من المركز خط فان نصفه فهو عمود عليه وان كان عمودا عليه فهو قد نصفه

مثلا في دائرة اب خرج الى وتر حك من مركز ز خط زه وقد نصف حك على ه فهو عمود عليه وذلك لانا ان وصلنا زح زك كانا في مثلثي زحه زكه لتساوي اضلاعهما النظائر زاويتا زهح زهك متساويتين بل قائمتين ايضا ليكن زه عمودا على حك نقول فهو قد نصف حك على ه وذلك لتساوي زاويتي زحه زكه وكون زاويتي ه قائمتين وضلع زه مشتركا وذلك ما اردناه

ط

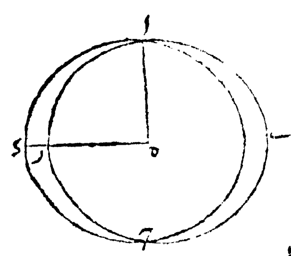
كل وترين يتقاطعان في دائرة على غير مركزها فليس يمكن ان يتناصفا



مثلا كوتري جـ ز ك ه ز المتقاطعين
على ح في دائرة ا ب والمركز
ط وذلك لا امكان وصلنا ط ح كان
عمودا عليهما معا فكانت زاويتا
ط ح ه ط ح ز القائمتان متساويتين
هذا خلف فان الحكم ثابت وذلك ما اردناه

ه

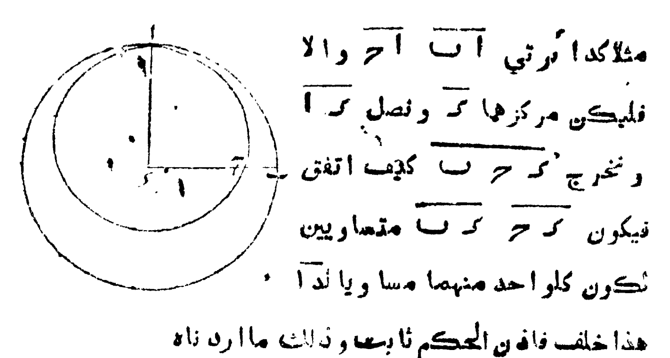
لا يمكن ان يكون للدائرتين المتقاطعتين مركز واحد



مثلا كدائرتي ا ب ج د والا
فليكن ه مركزهما ونصل ه ا
ونخرج ه ز د كيف اتفق
فيكون ه ز ه د متساويين
لكون كل واحد منهما مساويا
له ا هذا خلف فان الحكم ثابت وذلك ما اردناه

و

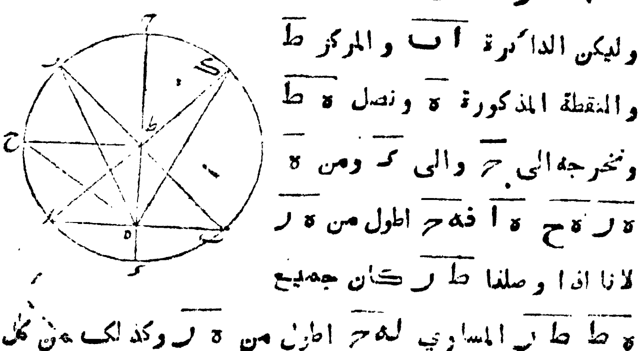
لا يمكن ان يكون للدائرتين المتماستين مركز واحد



مثلاً كدائرتي اب اح والا
فليكن مركزها ك ونصل ك ا
ونخرج ك ح ب كيف اتفق
فيكون ك ح ك ب متساويين
لكون كل واحد منهما مساويا لـ د ا
هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

ز

كل نقطة في دائرة غير مركزها تخرج منها خطوط الى المحيط فاطول الخطوط المار بالمركز واقصرها تمام القطر منه والاقرب الى الاطول اطول من الابعد وخطان عن جنبتيه فقط متساويان



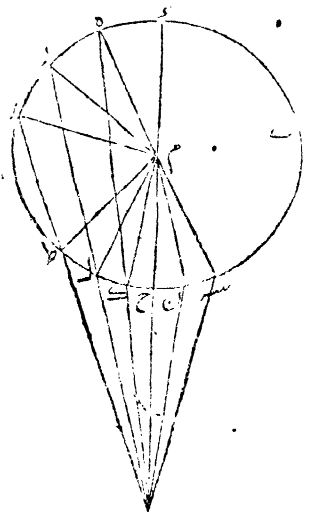
وليكن الدائرة اب والمركز ط
والنقطة المذكورة ه ونصل ه ط
ونخرجه الى ح والى ك ومن ه
ه ز ه ح ه ا فه ح اطول من ه ز
لانا اذا وصلنا ط ز كان جميع
ه ط ط ز المساوي لـ ه ح اطول من ه ز وكذلك من كل

خط غير ه ر ه ك اقصر من ه ا لانا اذا وصلنا ط ا كان هو
اعني ط ك اقصر من جميع ط ه ه ا فاذا القينا ط ه
المشترك بقي ه ك اقصر من ه ا وكذلك من كل خط غير ه و
ه ر الاقرب من ه ح اطول من ه ح لانا اذا وصلنا ح ط
ر ط كان في مثلثي ه ط ر ه ط ح ضلعا ط ر ط ح
متساويين وضلع ط ه مشترك وزاوية ه ط ر اعظم من زاوية
ه ط ح فقاعدة ه ر اطول من قاعدة ه ح وكذلك في غيرها
واذا جعلنا زاوية ه ط ب مساوية لزاوية ه ط ا ووصلنا
ه ب كان مساويا له ا لان في مثلثي ه ط ب ه ط ا ضلع
ه ط مشترك وضلعي ط ب ط ا متساويان وكذلك زاويتا
ه ط ب ه ط ا ولا يساويهما غيرهما كه ك لانا اذا وصلنا
ك ط كان مثلثا ك ه ط ب ط ه متساويي الاضلاع
النظائر فكانت زاويتا ك ط ه ب ط ه متساويتين هذا خلف
فاذن الاحكام المذكورة ثابتة وذلك ما اردناه

ح

كل نقطة خارجة من دائرة يخرج منها الخطوط
الى محيطها قاطعة اياه وغير قاطعة فاطول

القاطعة هو المار بالمركز والاقرب اليه اطول من الابعد واقصر المنتهية الى غير القاطعة هو الذي على استقامة المركز والاقرب اليه اقصر من الابعد وخطان عن جنبتيه فقط متساويان



وليكن الدائرة اب والنقطة ح والمركز م ونصل ح م ملاقيا للمحيط على ى ح ونخرج ح ه ح ز ح ا فحد ى اطول من ح ه لانا اذا وصلنا م ه كان جميع ح م م ه اعني ح م ى اطول من ح ه وكذلك من كل خط غيره وايضا ح ه اطول من ح ز لانا اذا وصلنا م ز كان في مثلثي ح م ه ح م ز ضلع ح م مشتركا وضلعا م ه م ز متساويين وزاوية ح م ه اعظم من زاوية ح م ز فقاعدة ح ه اطول من قاعدة ح ز وكذلك في ح ز ح ا وايضا ح ح اقصر من ح ك لانا اذا وصلنا ك م كان ح م اقصر من جميع ح ك ك م فاذا القينا م ح م ك المتساويين بقي ح ح اقصر من ح ك وكذلك من

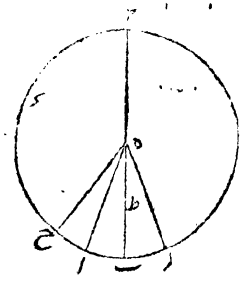
كل خط غير (وايضاً) ـا ح ك اقصر من ح ل لانا اذا وصلنا
م ل كان جميع م ك ك ح اقصر من جميع م ل ل ح
ويبقى بعد اسقاط م ك م ل ح ك اقصر من ح ل
وكذلك في ح ي ح ط واذا جعلنا زاوية ح م ن مثل زاوية
ح م ك ووصلنا ح ن كان مساويا لـ ح ك لكون ح م
في مثلثي ح م ن ح م ك مشتركا و م ن م ك متساويين
وكذلك الزاويتان بينهما ولا يساويهما غيرهما كـ س لانا اذا
وصلنا م س كان في مثلثي ح م ك ح م س زاويتا
ك م ح س م ح متساويتين لتساوي الاضلاع المتناظرة وكانت
زاوية ك م ح مساوية لزاوية ن م ح فيكون زاويتا
س م ح ن م ح متساويتين هذا خلف فاذن الاحكام ثابتة
وذلك ما اردناه

اقول ويمكن ان يعبر عن هذا الشكل والذي قبله بعبارة واحدة وهي ان يقال كل نقطة ليست بمركز دائرة تخرج منها خطوطا الى محيطها فاطول الخطوط هو الذي يمر بالمركز بعد خروجه من النقطة وقبل انتهائه الى المحيط واقصرها هو الذي لا يمر به ويكون على

استقامته والاقرب من الاطول اطول به ومن الاقصر اقصر ولا يتساوى منها الا اثنان عن جنبتيها وتس عليه البرهان

ط

كل نقطة في دائرة خرج منها الى المحيط خطوط متساوية فوق الاثنين فهو مركزها



وليكن الدائرة ا ب ح د والنقطة ه والخطوط ه ا ه ز ه ح فلو لم يكن المركز ه لكان مثلا ط ونصل ه ط ونخرجه الى ب ح من المحيط فيكون ه ب اطول الخطوط الخارجة من ه

وقد تساوى عن جنبتيه خطوط خارجة عنهما اكثر من اثنين هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

اقول و ايضا الشكل اختلاف وقوع

فان ه ط

ان يقع بين ه ب

ه ح او على احدهما

او خارجا عنهما

فهذه ثلاثة اوجه

اما الاول فقد مر في الكتاب واما الثاني والثالث فيلزم فيهما تساوي الخطوط الخارجة من احدى جنبتي الطويل وهو محال ايضا اذ لا يتساوى الا اثنان من جنبتيه وان انطبق ه ط على ه ا في الوجه الاول لزم كونه اطول من الباقيين مع كونه مساويا لهما ومثله يلزم في الوجه الثاني ايضا

ي

لا تتقاطع دائرتان على اكثر من نقطتين

والا فليكن التقاطع على نقاط ا ب

ح ومركز احدى الدائرتين ك ونصل

ك ا ك ب ك ح فهي متساوية

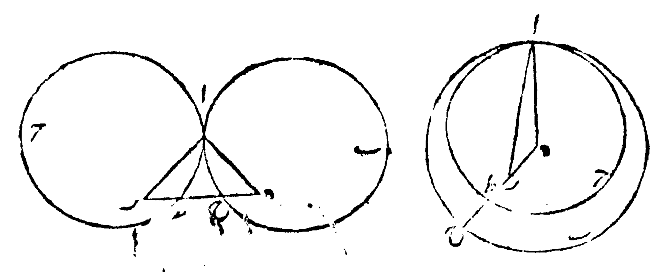
لكونها خارجة من مركز ك الى محيط

دائرة لكنها خطوط متساوية فوق اثنين

ثم جمع من نقطة ك في الدائرة الاخرى الى ولي فيه ايضا مركز الدائرة الاخرى هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

يا

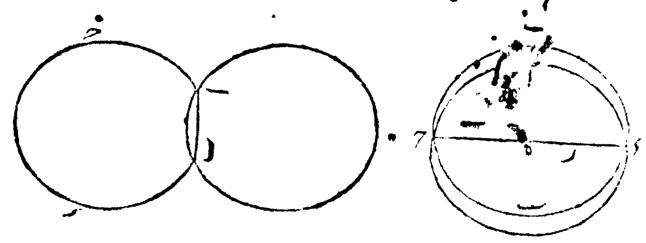
الخط المار بمركزي الدائرتين المتماستين يمر بنقطة التماس



وليكن دائرتا ا ب ا ح متماستين على ا ومركزاهما ه ز ونصل ه ز ونخرجه فان امكن ان لا يمر با فليقطع الدائرتين على ح ط ونصل ا ه ا ز فان كان التماس من داخل كان ه ز ز ا معا اطول من ا ه لكن ه ز ز ا معا يساويان ه ط و ه ا يساوي ه ح فه ط الجزء اعظم من ه ح الكل هذا خلف وان كان من خارج كان ا ز ا ه معا اطول من ه ز لكنهما يساويان ه ح ز ط الجزء فهو اعظم من ه ز الكل هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

يب

لا يتماس دائرتان الا على نقطة واحدة



والا فليتماس دائرتا آب حد اما على نقطتي حد من داخل ونصل بين مركزيهما وهما ه ر ونخرجه فيمر بنقطتي حد لما مر فيكون ه ح اعني ه د اقصر من رح اعني رد هذا خلف واما على نقطتي آ ب من خارج ونصل وتر آب فوقع داخل احدى الدائرتين وخارج الاخرى هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

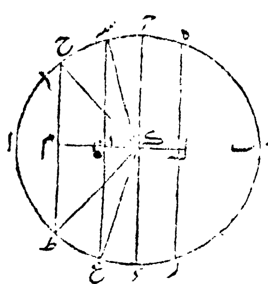
يج

ابعاد الاوتار المتساوية في الدائرة الواحدة من مركزها متساوية والاوتار التي ابعادها منه متساوية فهي متساوية

وليكن الدائرة آب والوتران المتساويان حك هز والمركز ح ونخرج من ح عليهما عمودي ح ك ح ط فهما متساويان لانا اذا وصلنا ح حـ ح ك ح ه ح ز كانت الزوايا النظائر من مثلثي ح حـ ك ح ه ز متساوية لتساوي الاضلاع النظائر وكان في مثلثي ح ط حـ ح ك ه لتساوي زاويتي حـ ه وكون زاويتي ط ك قائمتين وتساوي ضلعي ح حـ ح ه ضلعا ح ط ح ك متساويين وايضا ليكونا متساويين نقول فوترا حـ ك ه ز متساويان وذلك لانا انا القينا مربعي حـ ط ح ك المتساويين من مربعي ح حـ ح ه المتساويين بقي مربعا حـ ط ه ك متساويين فهما متساويان وضعفاهما اعني حـ ك ه ز متساويان وذلك ما اردناه

يد

اطول الاوتار في الدائرة قطرها والاقرب الى المركز اطول من الابعد



فيكن الدا و اينما والقطر ح ك
و ه ز اقرب الى المركز من ح ط
و المركز ك ونخرج منه عمودي
ك ل ك ه فيكون ك ل اقصر
ونفصل من ك م مثله وهو ك ن

ونخرج من ن وتر ن س ع موازيا لـ ح ك فس ع
يساوي ه ز ونصل ك س ك ع ك ح ك ط فجميع
ك س ك ع اعني ح ك اطول من س ع اعني ه ز
وايضا في مثلثي س ك ع ح ط ك اضلاع ك ح
ك س ك ع ك ط متساوية وزاوية ع ك س اعظم
من زاوية ط ك ح فس ع اعني ه ز اطول من ح ط
وذلك ما اردناه

يه

العمود الخارج من طرف القطر يقع خارج
الدائرة ولا يقع بينه وبين المحيط خط آخر
مستقيم ويكون زاوية نصف الدائرة اعظم
من كل حادة مستقيمة الخطين والتي يحيط

يه ا المحيط والعمود اصغر من كل حادة مستقيمة الخطين

وليكن الدائرة ا ب والقطر ك ح ولنخرج من ك عمودا فان دخل الدائرة فليخرج منها على ا ونصل ه ا فيكون زاويتا ه ك ا ه ا ك المتساويتان قائمتين هذا خلف فهو يقع لامحالة خارجا وهو عمود ك ر ولا يقع بينه وبين المحيط خط والا فليقع ك ح ونخرج من ه عليه عمود ه ط فلا ينطبق على ه ك لانه ليس بعمود على ك ح ولا يقع في جهة ب والا لاجتمع في المثلث الحادث منه ومن ك ح ومن القطر قائمة ومنفرجة فيقع لامحالة في جانب ا ويكون في مثلث ه ط ك زاوية ط اعظم من زاوية ك فوتر ه ك اعني ه ك اطول من ه ط هذا خلف فاذن لا زاوية حادة مستقيمة الخطين اعظم من زاوية ا ك ه ولا اصغر من زاوية ر ك ك والا لامكن وقوع خط بين العمود والمحيط وقد تبين من ذلك ان العمود الخارج من طرف القطر مماس للدائرة وذلك ما اردناه

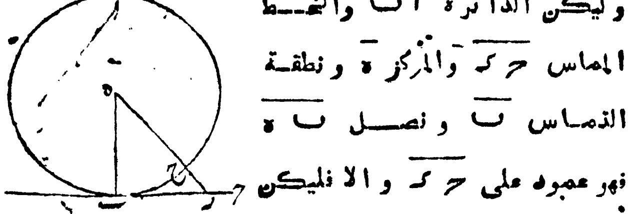
يو

نريد ان نخرج من نقطة الى دائرة خطا يماسها

مثلا من نقطة آ الى دائرة ب ج
وليكن مركزها د ونرسم على د
ببعد د ا دائرة ا ح ونصل ا د
قاطعا لمحيط دائرة ب ج على ز ومن ز
عمود ز ح على ا د ونصل ح د
قاطعا لمحيط ب ج على ط ونصل ا ط فهو مماس لدائرة ب ج وذلك
لان في مثلثي ا ط د ح ز د ضلعي ا د د ط مساويان
لضلعي ح د د ز وزاوية د مشتركة فزاوية ا ط د
مساوية لزاوية ح ز د القائمة فهي قائمة مثلها فا ط العمود
على قطر ط د مماس وذلك ما اردناه

يز

اذا وصل بين المركز ونقطة التماس بخط كان عمودا على الخط المماس



وليكن الدائرة ا ب والخط المماس ح د والمركز ه ونقطة التماس ب ونصل ب ه فهو عمود على ح د والا فليكن

العمود ه ر ويكون العصر من ب ه اعني ح ه هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

يح

اذا خرج من نقطة التماس عمود على الخط المماس فهو يمر بالمركز

وليكن الدائرة ا ب والخط ح د ونقطة التماس ب والعمود ب ا وذلك لانه لولم يمر بالمركز لكان المركز مثلا نقطة ه ونصل ب ه فكان عمودا و ا ب عمود هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

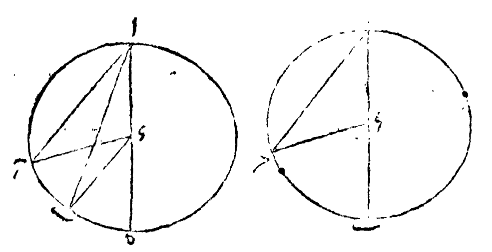
يط

زاوية المركز ضعف زاوية المحيط اذا كانتا على قوس واحدة

مثلا في دائرة ا ب ح التي مركزها د زاوية ب د ح ضعف زاوية ب ا ح وذلك لانا اذا وصلنا ا د واخرجناه

الى ه كانت زاوية ب د ه المساوية لزاويتي د ب ا
د ا ب المتساويتين ضعف زاوية ب ا ه وكذلك زاوية
ه د ج ضعف زاوية ج ا ه فيحصل زاوية ب د ج
ضعف زاوية ب ا ج وذلك ما اردناه

اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع



لان ا د يقع اما بين ضلعي ا ب ا ج كما في الاصل او منطبقا على احدهما او خارجا عنهما هكذا والكل ظاهر مما مر

ك

الزوايا الواقعة في قطعة واحدة متساوية

مثلا كزاويتي ج ا د ج ه د الواقعتين في قطعة ج ه ا د من دائرة ا ب وليكن المركز ز ونصل ز ج ز د فلان زاوية ج ز د ضعف كل واحدة من الزاويتين تكونان

متساويين وذلك ما اردناه

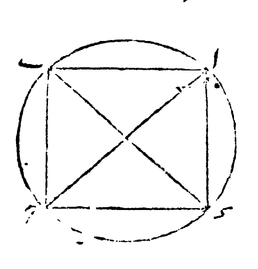
اقول هذا اذا كانت القطعة اكبر من نصف الدائرة

اما ان لم يكن كذلك فلم يتبين الحكم بهذا الوجه اذ لايكون هناك زاوية مركزية على قوس ح د والوجه فيه ان يبين ان زاويتي ه ح ا ه د ا الواقعتين في قطعة ه ح د ا التي هي اكبر من النصف متساويتان ومتقابلتا ح متساويتان فيبقى في مثلثي ا ح د ه ح ح زاويتا د ا ح ح ه ح متساويتين

كا

كل متقابلتين من زوايا ذي اربعة اضلاع يقع في دائرة فهما معادلتان لقائمتين

مثلا كزاويتي ب ا د ب ح د من ذي اربعة اضلاع ا ب ح د الواقع في دائرة ا ح وذلك لانا اذا وصلنا ا ح ب د كانت زاويتا د ا ح د ب ح الواقعتان في

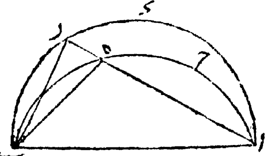


قطعة د ا ب ح متساويتين وكذلك زاويتا ب ا ح ب د ح الواقعتان في قطعة ب ا د ح فمجموع زاويتا د ا ب يساوي مجموع زاويتي د ب ح. ب د ح ويجعل زاوية ب ح د مشتركة فيصير مجموع زاويتي د ا ب ب ح د المقابلتين مساويا لمجموع زوايا مثلث ب د ح المساوية لقائمتين وذلك ما اردناه

———

كب

لا يمكن ان يقوم على خط واحد في جهة واحدة قطعتان متشابهتان احديهما اعظم من الاخرى



والا فليقم على ا ب قطعتا ا ح ب ا د ب و ا د ب اعظم ونعلم على ا ح ب نقطة ه كيف اتفق ونصل ا ه ونخرجه الى ز ونصل ب ه ب ز فزاويتا ا ه ب ا ز ب الخارجة والداخلة متساويتان لتشابه القطعتين هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه.

كج

القطع المتشابهة الكائنة على خطوط متساوية متساوية

مثلا كقطعتي اه ب جزد المتشابهتين الكائنتين على اب جد المتساويين وذلك لانا لما توهمنا تطبيق اب على جد والقطعة على القطعة وجب ان ينطبق عليه فيساويه والا لوقع مثل قطعة جحد واذن لقام قطعتا جزد جحد المتشابهتين على جد واحديهما اعظم هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

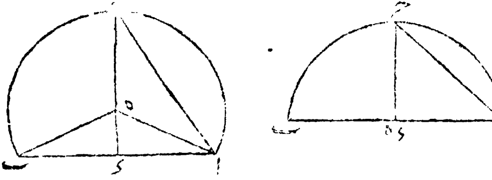
كد

نريد ان نتمم قطعة دائرة

كقطعة اجب فلننصف خط اب على د ونخرج من د على دا عمود دج ونصل اج ونرسم على ا من جا

زاوية ح ا ه مثل زاوية ا ح ه ونخرج ا ه ح ك الى ان يلتقيا على ه فه مركز الدائرة المطلوبة لانا اذا وصلنا ب ه كان مساويا لا ه لتساوي ضلعي ا ك ب ك وكون ك ه مشتركا وزاويتي ك قائمتين و ا ه مساو لحه لتساوي زاويتي ا ح ه ح ا ه فه التي خرج منها الى محيط ا ح ب خطوط ه ا ه ح ه ب المتساوية مركزها وذلك ما اردناه

اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان ا ه اما ان يقع خارجا من القطعة

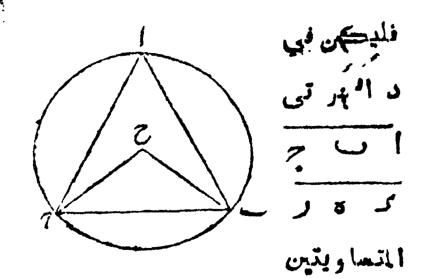


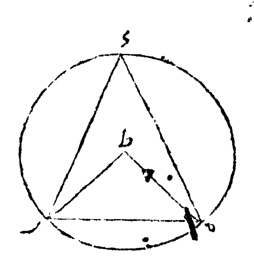
او منطبقا على ا ك ويتحد ه ك او داخلا في القطعة والاول مورد في الكتاب والباقيان هكذا وهما ظاهران

كه

الزوايا المتساوية في الدوائر المتساوية تقع على قسي متساوية مركزية كانت او محيطية

فليكن في
دائرتي
ا ب ج
د ه ز



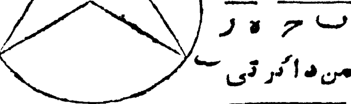


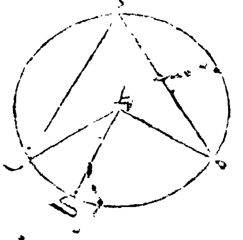
المتساويتين
زاويتا ا د و زاويتا ح ط متساويتين نقول فقوسا ب ج ه ز متساويتان وذلك لانا اذا وصلنا وتري ب ج ه ز كانا متساويين لتساوي اضلاع ح ب ح ج ط ه ط ز وزاويتي ح ط وكانت قطعتا ب ا ج ه د ز المتشابهتين القائمتين على خطين متساويين متساويتين فيبقى القوسان من الدائرتين المتساويتين متساويتين وذلك ما اردناه

كو

الزوايا التي تقع على قسي متساوية من دوائر متساوية متساوية مركزية كانت او محيطية

فليكن قوسا ب ج ه ز من دائرتي ا ب ج



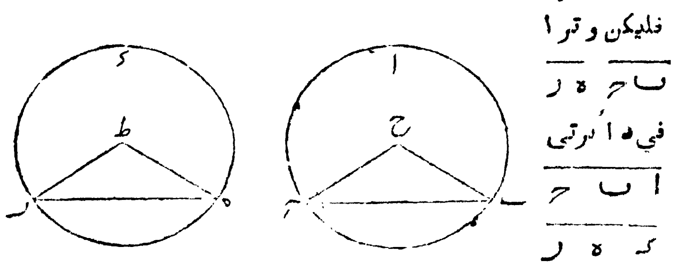


د ه ز المتساويتين متساويتين وقد وقعت عليهما زاويتا ح ط المركزيتان نقول فهما متساويتان والا لاختلفتا ونعمل زاوية ه ط ك مساوية لزاوية ح فيكون قوس ه ك مساوية لقوس ب ح الخفي لقوس ه ز هذا خلف فالحكم ثابت ويتبين من ذلك حال المحيطية وذلك ما اردناه

كز

قسي الاوتار المتساوية في الدوائر المتساوية متساوية عظميات كانت او صغريات

فليكن وترا ب ح ه ز في دائرتي ا ب ح د ه ز



المتساويتين متساويتين نقول نقوسا ب ا ح ه د ز اوقوسا ب ح ه ز متساويتان فليكن المركزان ح ط ونصل ح ب ح ح ط ه ط ز فزاويتا ح ط من مثلثي ح ب ح ط ه ز متساويتان لتساوي اضلاعهما النظائر فالقوسان

المذكورتان متساويتان وذلك ما اردناه

كح

اوتار القسي المتساوية من الدوائر المتساوية متساوية والشكل كما تقدم

فليكن قوسا ب ح ه ز من دائرتي ا ب ح ك ه ز المتساويتين متساويتين نقول فوترا ب ح ه ز متساويان وليكن المركزان ح ط ونصل باقية اضلاع مثلثي ح ب ح ط ه ز المتساوية لتساوي الدائرتين ويكون زاويتا ح ط متساويتين لتساوي القوسين فيكون القاعدتان اعني ب ح ه ز متساويتين وذلك ما اردناه

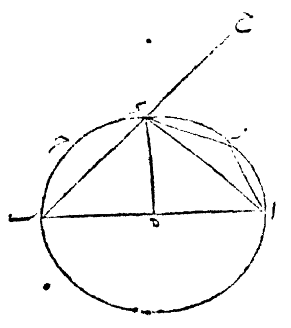
كط

نريد ان ننصف قوسا كقوس ب ا ح فنصل ب ح وننصفه على ى ونخرج منه عمود ى ا فهو ينصفها على ا وذلك لانا اذا وصلنا ونرى ب ا ا ح كانا متساويين لتساوي ب ى ى ح وكون

د ا مشتركا وزاويتي د ا القائمتين متساويتين فكانت قوساهما اعني ب ا ج ا متساويتين وذلك ما اردناه

ل

كل زاوية في قطعة فهي قائمة ان كانت القطعة نصف دائرة وحادة ان كانت اعظم من النصف ومنفرجة ان كانت اصغر وكل زاوية قطعة فهي منفرجة ان كانت القطعة اعظم من النصف وحادة ان لم يكن اعظم



فلتكن قطعة ا د ب نصف دائرة ا ب ج د والمركز ه ولنعلم عليها د كيف اتفق ونصل د ا د ب فنقول فزاوية ا د ب الواقعة فيها قائمة وذلك لانا اذا وصلنا د ه كانت زاوية ا ه د الخارجة من مثلث ه د ب مثلى زاوية ه د ب لتساوي ضلعي ه د ب ه وزاوية ب ه د مثلى زاوية ه د ا كذلك ايضا فجميع زاويتي ا ه د

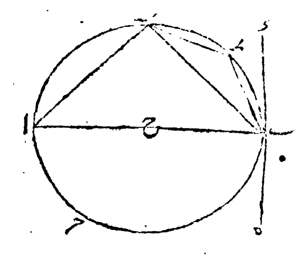
ب ه ك المعادلتين لقائمتين مثلي جميع زاوية ا ك ب فهي قائمة وايضا قطعة ا ب ح ك اعظم من النصف والواقعة فيها زاوية ا ب ك اومايساويها وهي حادة وايضا فعلم على قوس ا ك نقطة ر كيف اتفق ونصل ا ر ك ر فزاوية ا ر ك من ذي اربعة اضلاع ا ر ك ب الواقع في الدائرة هي تمام مقابلتها التي هي زاوية ب الحادة من قائمتين فهي منفرجة وهي الواقعة في قطعة ا ر ك التي هي اصغر من النصف وايضا زاوية ا ك الخط و ك ح القوس التي هي زاوية قطعة اكبر من النصف منفرجة لكونها اكبر من زاوية ا ك ب القائمة و زاوية ا ك الخط و ك ر القوس التي هي زاوية قطعة ليست اكبر من النصف حادة لكونها اصغر من زاوية ا ك ح القائمة وذلك ما اردناه

اقول وبالعكس

اذا كانت زاوية ك من مثلث ا ب ك قائمة ورسمنا على ا ب نصف دائرة مر بنقطة ك و الا لا خرجنا ا ك الى المحيط و وصلنا بينه وبين ب فكانت الخارجة والداخلة من المثلث الحادث قائمتين هذا خلف وهذا العكس مما يستعمل كثيرا

لا

اذا اخرج من نقطة تماس الخط المماس للدائرة خط يفصل الدائرة الى قطعتين فالزاويتان الحادثتان عن جنبتيه تساويان اللتين تقعان في القطعتين على التبادل

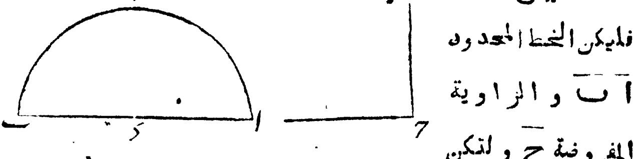


مثلا خرج من نقطة ب من خط
كه المماس لدائرة اح عليها خط
بر وفصل الدائرة الى قطعتي
راحب رطب فزاوية
ربك مساوية للتي تقع في قطعة
راحب وزاوية ربه التي تقع في قطعة رطب وذلك
لانا اذا وصلنا بين ب و ح المركز واخرجناه الى ا ووصلنا
ار كانت كل واحدة من زاويتي ارب ابك قائمة
وكل واحدة من زاويتي راب الواقعة في القطعة و ربك
تمام زاوية ربا من القائمة فهما متساويتان ولنعلم
ط في قطعة رطب كيف اتفق ونصل طر طب فزاوية
رطب الواقعة فيها تمام زاوية راب اعني زاوية
ربك لقائمتين فهي مساوية لزاوية ربه لانها ايضا

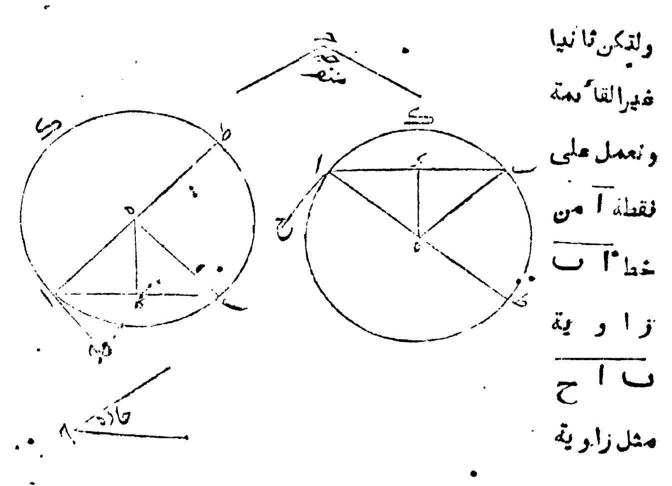
تمام زاوية ر ب ك لقائمتين وذلك ما اردناه

لب

نريد ان نعمل على خط محدود قطعة دائرة تساوي زاوية فيها زاوية مفروضة مستقيمة الخطين



فليكن الخط المحدود ا ب والزاوية المفروضة ح ولتكن اولا قائمة فننصف ا ب على ك ونرسم على مركز ك ببعد ك ب نصف دائرة ا ه ب فزاوية فيها لكونها في قطعة نصف الدائرة تساوي زاوية ح القائمة

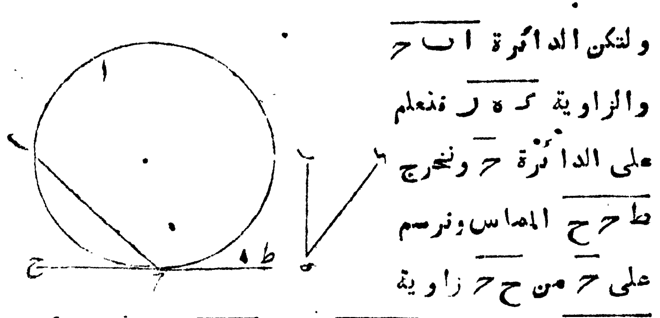


ولتكن ثانيا غير القائمة ونعمل على نقطة ا من خط ا ب زاوية ب ا ح مثل زاوية

ح ونخرج من نقطة ا عمود اط على اح وننصف اب
على ك ونخرج من ك عمود كه على اب ونصل ه ب
فلتساوي اك كب وكون كه مشتركا وزاويتي ك
قائمتين قاعدة اه تساوي قاعدة به فالدائرة التي
نرسم على مركز ه ببعد اه تمر بنقطة ب ولتكن الدائرة
اكطب وقد خرج من نقطة ا التي هي طرف قطر
اط عمود اح عليه فيكون العمود مماسا للدائرة فاب
المخرج من نقطة تماس اح يفصل الدائرة الى قطعة
اكب فزاوية ب اح تساوي زاوية في القطعة على
التبادل فالزاوية التي في القطعة لكونها مساوية لزاوية
ب اح التي هي مساوية لزاوية ح بالعمل تساوي زاوية
ح وذلك ما اردناه

لج

نريد ان نفصل من دائرة قطعة تقبل زاوية
مفروضة



ولتكن الدائرة ا ب ج
والزاوية د ه ز فنعلم
على الدائرة ج ونخرج
ط ج ح المماس ونرسم
على ج من ح ج زاوية
ح ج ب مثل زاوية د ه ز فخط ج ب فصل من الدائرة
قطعة ب ا ج القابلة لزاوية ب ج ح اعني زاوية د ه ز
وذلك ما اردناه

له

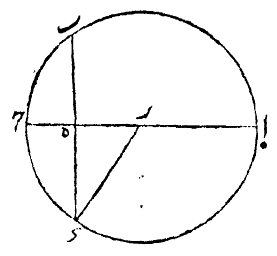
كل وترين يتقاطعان في دائرة فالسطح الذي
يحيط به قسما احدهما يساوي السطح الذي
يحيط به قسما الاخر

ولتكن الدائرة ا ب والوتران
ا ج ب د وقد تقاطعا على
ه فسطح ا ه في ه ج يساوي
سطح ب ه في ه د

يختلف وقوع هذا الشكل

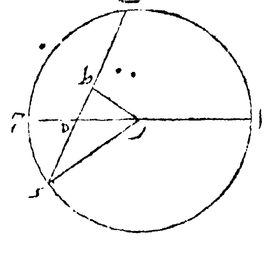
لان الوترين يكونان اما قطرين او احدهما فقط قطرا اولا واحد منهما بقطر والثاني لا يخلو اما ان يتقاطعا على قوائم او على غيرها وهذه اربعة انواع

والحكم في الاول ظاهر واما في الثاني



وهو الذي يكون احدهما قطرا والتقاطع على قوائم فليكن المركز ز والقطر منهما اح ونصل زد ولان سطح اه في هح مع مربع زه يساوي مربع زح اعني زد اعني مربعي زه هد ونسقط مربع زه المشترك يبقى سطح اه في هح مساويا لمربع هد اعني ضرب به في هد

واما في الثالث



وهو الذي اح فيه ايضا قطر والتقاطع على غير قوائم فنخرج من ز عمود زط على بد فلان سطح اه في هح

مع مربع ر ه اعني مربع ر ط ط ه يساوي مربع ر ح اعني ر ه ب اعني مربع ر ط ط ك فان اسقطنا ر ط المشترك يبقى سطح ا ه في ه ح مع مربع ه ط يساوي مربع ط ك وايضا سطح ب ه في ه ك مع مربع ط ه يساوي مربع ط ك فان اسقط مربع ط ه المشترك يبقى سطح ا ه في ه ح مساويا لسطح ب ه في ه ك

واما في الرابع

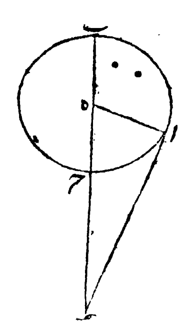
وهو الذى لا واحد منهما بقطر فيه فليكن المركز ر ونصل ر ه ونخرج ر ه في طرفيه الى المحيط فيصار ط ك قطرا

فاقول ان سطح ط ه في ه ك يساوي سطح ا ه في ه ح بما تقدم وكذلك سطح ط ه في ه ك يساوي سطح ب ه في ه ك بما تقدم ايضا فسطح ا ه في ه ح يساوي سطح ب ه في ه ك وهو المراد

له

كل خطين يخرجان من نقطة خارجة من دائرة اليها يقطعها احدهما ويماسها الآخر فان

سطح جميع القاطع فيها وقع منه خارجا يساوي مربع المماس



وليكن الدائرة ا ب ج والنقطة د والخط القاطع د ج ب والمماس د ا فسطح ب د في د ج يساوي مربع د ا

ويختلف وقوع هذا الشكل

لان القاطع اما ان يسامت المركز او لا يسامته ولا يخ اما ان لا يقع بينه وبين المماس او يقع فان سامت المركز وليكن المركز ه ونصل ا ه فلان سطح ب د في د ج مع مربع ه ج يساوي مربع ه د اعني مربعي د ا ا ه بل مربعي د ا ه ج واذا اسقطنا مربع ه ج المشترك بقي سطح ب د في د ج مساويا لمربع د ا

واما ان لم يماسه

فنصل ه ك

ه ج ونخرج

من ه على

ب ك عموده

ه ر فلان سطح

ب ك في ك ج

مع مربع ر ج

يساوي مربع ر ك واذا جعلنا مربع ر ه مشتركا

صار سطح ب ك في ك ج مع مربعي ر ج ر ه اعني

مربع ه ج مساويا لمربعي ر ك ر ه اعني مربع ه ك

بل مربعي ه ا ك ا اعني مربعي ه ج ك ا واذا اسقطنا

مربع ه ج المشترك بقي سطح ب ك في ك ج مساويا

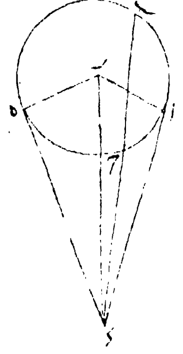
لمربع ك ا وذلك ما اردناه

وتبين من هذا

ان كل خطين يخرجان من نقطة ويماسان دائرة بعينها عن

جنبتيها فهما متساويان

ان اخرج خطان من نقطة خارجة من دائرة اليها قاطعا احدهما اياها ومنتهيا الاخر اليها غير قاطع وكان سطح جميع القاطع فيما وقع منه خارجا مساويا لمربع المنتهى كان المنتهى مماسا للدائرة



وليكن الدائرة ا ب ح والنقطة ک والقاطع ک ح ب والمنتهي ک ا ونخرج من ک ک ه مماسا لها ونصل بين ر المركز وبين ک و ه فلان سطح ب ک في ک ح مساو لمربع ک ا بالفرض ولمربع ک ه لما مر يكون ک ا ک ه متساويين وكان ر ا ر ه متساويين و ر ک مشتركا فزاوية ک ا ر تساوي زاوية ک ه ر القائمة فهي قائمة و ک ا العمود على ر ا مماس وذلك ما اردناه

المقالة الرابعة ستة عشر شكلا

صدر

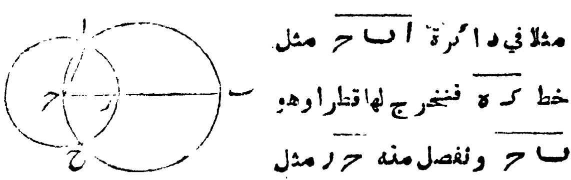
ان احاط شكل بشكل بحيث يماس زوايا المحاط اضلاع المحيط يسند المحاط الى المحيط بانه فيه والمحيط الى المحاط بانه عليه ان اكان كل واحد من اضلاع المحيط مماسا لمحيط الدائرة يقال انه على الدائرة وانها فيه ان امر محيط الدائرة بجميع زوايا الشكل المحاط يقال انها على ذلك الشكل ان اكان الخط المستقيم في الدائرة مماسا بطرفيه لمحيطها يقال انه فيها

الاشكال

١

نريد ان نرسم في دائرة وترا مثل خط مفروض ليس اطول من قطرها

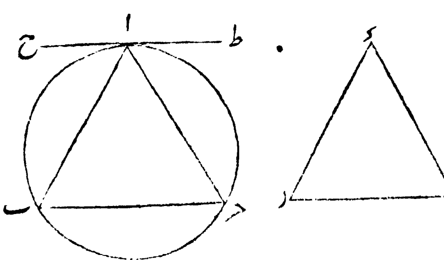
مثلا في دائرة ا ب ح مثل خط ى ه فنخرج لها قطرا وهو ب ح ونفصل منه ح ر مثل



مركز ه ونرسم على ح ببعد ح ز دائرة ا ز ح ونصل ح ا فهو الوتر وهو مساو لـ ج ز اعني ك ه وذلك ما اردناه

ب

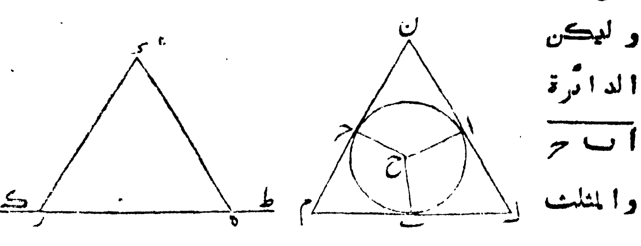
نريد ان نعمل في دائرة مثلثا يساوي زواياه زوايا مثلث مفروض



ولتكن الدائرة ا ب ح والمثلث المفروض ك ه ز فنرسم ح ط مماسا للدائرة على ا وعلى ا منه زاوية ح ا ب مثل زاوية ه وزاوية ط ا ج مثل زاوية ز ونصل ب ح فمثلث ا ب ح هو المطلوب لان زاوية ا ح ب منه تساوي زاوية ب ا ح اعني زاوية ه وزاوية ا ب ح تساوي زاوية ح ا ط اعني زاوية ز ويبقى زاوية ب ا ح مساوية لزاوية ك وذلك ما اردناه

نريد ان نعمل على دائرة مثلثا يساوي زواياه زوايا مثلث مفروض

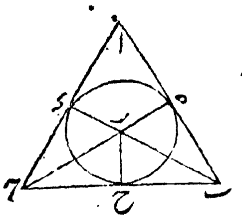
وليكن الدائرة ا ب ج والمثلث



ه د ر ونخرج ه ر الى ط و ك وليكن المركز ح ونخرج ح ب كيف اتفق وعلى ح منه زاوية ب ح ا مثل د ه ط وزاوية ب ح ج مثل د ر ك ونخرج من ب ا ج خطوطا مماسة للدائرة الى ان تتلاقى على ل م ن فمثلث ل م ن هو المطلوب وذلك لان زوايا كل ذي اربعة اضلاع تعادل اربع قوائم فاذا القينا من زوايا ذي اربعة اضلاع ا ل ب ح زاويتي ا ب القائمتين يبقى زاويتا ل ح معادلتين لقائمتين كزاويتي د ه ط د ه ر وكانت زاوية ح مثل زاوية د ه ط فيبقى زاوية د ه ر مثل زاوية ل وبمثله يبين ان زاوية د ر ه مثل زاوية م ويبقى زاويتا د ن متساويتين وذلك ما اردناه

د

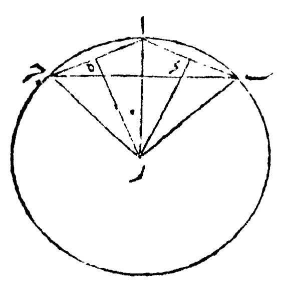
نريد ان نعمل في مثلث دائرة



مثلا في مثلث ا ب ج فننصف زاويتي ب ج بخطين يلتقيان على ز ونخرج من ز اعمدة زد زه زح على الاضلاع فهي متساوية لتساوي زاويتي زب ه زب ح في مثلثي زب ه زب ح وكون زاويتي ه ح قائمتين وضلع زب مشتركا فضلعا زه زح متساويان وكذلك في مثلثي زح ج زد ج فاذا جعلنا ز مركزا ورسمنا ببعد احد الاعمدة دائرة د ح ه عملنا ما اردناه

ه

نريد ان نعمل على مثلث دائرة

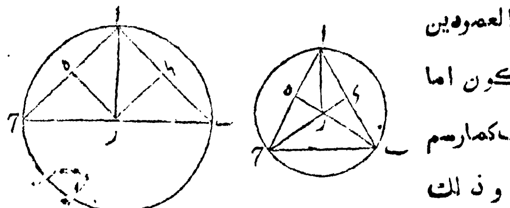


مثلا على مثلث ا ب ج فننصف ضلعي ا ب ا ج على ه د ونخرج منهما عمودي د ز ه ز متلاقيين على ز ونصل زا زب زج فهي متساوية لتساوي د ب د ا

واشتراك كـ ز وكون زاويتي كـ قائمتين وكذلك في مثلثي ا ز ه ح ز ه واذا جعلنا ز مركزا ورسمنا ببعد احد الخطوط الثلثة دائرة ا ب ح عملنا ما اردناه

اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع

فان تلاقي العمودين على ز يكون اما خارج المثلث كما رسم في الاصل وذلك

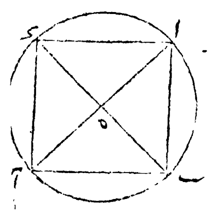


يكون عند كون زاوية ب ا ح منفرجة واما داخله وذلك عند كونها حادة واما على ضلع ب ح عند كونها قائمة هكذا

و

نريد ان نعمل في دائرة مربعا

مثلا في دائرة ا ب ح د وليكن المركز ه فنرسم فيها قطري ا ح ب د متقاطعين على قوائم ونصل ا ب ب ح ح د د ا فيتم المربع وذلك لانها متساوية



لتساوي الاضلاع والزوايا المحيطة به والزوايا قوائم لكون كل واحدة مساوية لنصفي قائمة وذلك ما اردناه

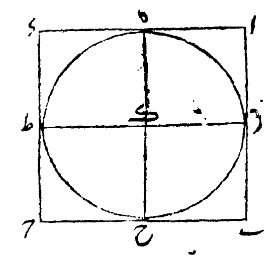
ز . ر

نريد ان نعمل على دائرة مربعا

مثلا على دائرة اب ج د فنرسم فيها قطري اج ب د متقاطعين على قوائم عند ه المركز ونخرج من اطرافهما خطوطا مماسة للدائرة متلاقية على ز ح ط ك فيتم المربع وذلك لان سطح ز ه متوازي الاضلاع لكون زوايا ا ه ب فيه قوائم وقائم الزوايا لان زاوية ز ايضا قائمة وهو مربع لتساوي ه ا ه ب وكذلك السطوح الثلثة الباقية فجميع سطح ز ك ايضا مربع وذلك ما اردناه

ح

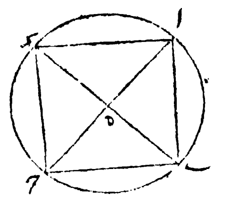
نريد ان نعمل في مربع دائرة



مثلا في مربع ا ب ح د
فنصف ا ب ا د على ه ز
ونخرج منهما عمودي ه ح ز ط
متقاطعين على ك فينقسم
المربع باربعة سطوح متوازية الاضلاع متساويها لتساوي
الانصاف والاضلاع المتقابلة فيكون خطوط ك ه ك ز
ك ح ك ط الاربعة متساوية واذا رسمنا على ك
ببعد احدها دائرة ه ز ح ط فقد عملنا ما اردناه

ط

نريد ان نعمل على مربع دائرة



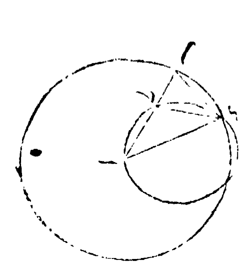
مثلا على مربع ا ب ح د فنخرج قطري
ا ح ب د متقاطعين على ه ونبين
تساوي ه ا ه ب ه ح ه د الاربعة
بتساوي اضلاع المربع والزوايا الثمانية التي عند ا ب ح د

بان كل واحدة منها نصف قائمة ونرسم على ه ببعد احد الخطوط الاربعة دائرة ا ب ح ى وذلك ما اردناه

ي

نريد ان نعمل مثلثا متساوي الساقين يكون كل واحدة من زاويتي قاعدته مثلي زاوية راسه

فليكن ا ب خطا محدودا ونقسمه على ح بحيث يكون سطح ا ب في ب ح مثل مربع ا ح ونرسم على ا ببعد ا ب دائرة ب ه ى ونرسم وتر ب ى مثل ا ح ونصل ا ى



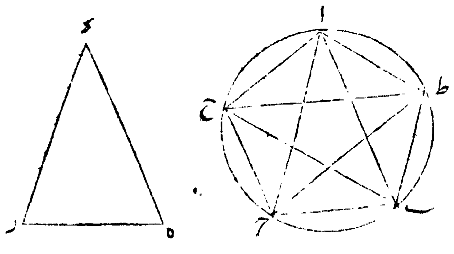
فيكون مثلث ا ب ى هو المطلوب ونصل ح ى ونعمل على مثلث ا ح ى دائرة ا ح ى فب ا ب ى خطان خرجا من ب الى دائرة ا ح ى قطعها احدهما وانتهى اليها الاخر وكان سطح ا ب في ب ح مثل مربع ب ى فب ى مماس لدائرة ا ح ى وقد خرج من نقطة التماس ى ح قاطعا للدائرة فزاوية ح ا ى مثل زاوية ب ى ح ونجعل

زاوية ح ى ا مشتركا فزاوية ب ى ا اعنى زاوية ب
مثل زاويتي ح ى ا ح ا ى اعني زاوية ب ح ى الخارجة
فب ى اعني ا ح مساو لحى وبالجملة فزاوية ا مساوية
لزاوية ح ى ا وكانت مساوية لزاوية ح ى ب فكل واحدة
من زاويتي ا ب ى ا ى ب مثلا زاوية ا وذلك ما اردناه
وهذا المثلث يعرف بمثلث المخمس

يا

تريد ان نعمل في دائرة مخمسا ونعني بالمخمس والمسدس وامثالهما متساوي الاضلاع والزوايا

مثلا في دائرة ا ب ح فنعمل مثلث مخمس وهو ى ه ر

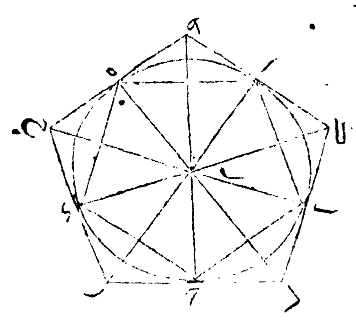


وفي دائرة ا ب ح مثلثا يساوي زواياه زوايا مثلث ى ه ر
وهومثلث ا ب ح ونصف زاويتي ا ب ح ا ح ب بخطي
ب ح ح ط ونصل ا ح ح ح ا ط ط ب فسطح

ا ط ب ح ح مخمس وذلك لان زوايا ب ا ح ا ب ح ح ب ح ا ح ط ط ح ب الخمس متساوية وتسيها متساوية واوتارها متساوية فاضلاع المخمس متساوية وكل زاوية من زواياه وقعت على ثلاثة من القسي الخمس المتساوية فالزوايا ايضا متساوية وذلك ما اردناه

يب

نريد ان نعمل على دائرة مخمسا



فنرسم فيها مخمس ا ب ح د ه ثم نخرج من نقط الزوايا الخمس خطوطا خمسة مماسة للدائرة متلاقية على نقط ر ح ط ك ل فيحصل المخمس وليكن المركز م ونصل بينها وبين هذه النقط العشر اعني زوايا المخمسين فلان ر ح ل ك الخارجين من ر المماسين للدائرة عن جنبتيها متساويان لما مر و م ح و م ك متساويان و م ر مشترك يكون زوايا مثلثي م ر ح م ر ك النظائر متساوية وكل واحدة من زاويتي

رح ر م ك نصف زاوية ح م ك وهي مساوية لزاوية
ك م ه لتساوي قوسي ح ك ك ه وكذلك يتبين ان مثلثي
ك م ح ه م ح متساويا الزوايا النظائر وان زاوية ك م ح
نصف زاوية ك م ه فهي مساوية لزاوية ك م ر وزاويتا ك
قائمتان وضلع م ك مشترك فمثلثا م ك ر م ك ح
متساويا الاضلاع والزوايا النظائر وهكذا الى ان يتبين ان
المثلثات العشرة متساوية الاضلاع والزوايا النظائر فالقواعد
العشر متساوية وكل اثنين منها ضلع من اضلاع المخمس فاضلاع
المخمس متساوية وايضا الزوايا العشر التي يتالف من كل
اثنين منها زاوية من زوايا المخمس متساوية فزوايا المخمس
متساوية وذلك ما اردناه

٤

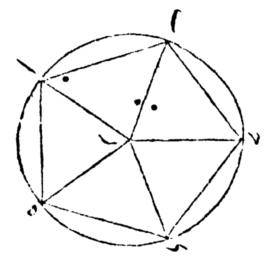
نريد ان نعمل في مخمس دائرة

مثلا في مخمس ا ب ح ك ه
فلننصف زاويتي ح ك بخطين
يلتقيان على ر ونخرج من ر
اعمدة رح ر ط ر ك
ر ل ر م على الاضلاع وهي
متساوية لانا اذا وصلنا ر ب

ز ا زه كان في مثلثي زحد زحب ضلعا حد حز مساويين لضلعي بح حز وكذلك زاوية ح منهما فيكون زاويتا حد زحب ز متساويتين كل واحدة نصف زاوية المخمس ويبقي زاوية زب ا نصف آخر ويكون ضلعا د ز ب ز متساويين وبمثله تبين ان سائر الزوايا انصاف زوايا المخمس والخطوط المنصفة متساوية فتبين ان المثلثات الخمسة التي قواعدها اضلاع المخمس متساوية الاضلاع والزوايا النظائر ثم من تساوي زاويتي ح وكون زاويتي ح م قائمتين واشتراك زح نبين تساوي عمودي زح زم الي سائر الاعمدة فاذا رسمنا علي ز ببعد احد الاعمدة دائرة ح ط ك ل م عملنا ما اردناه

يد

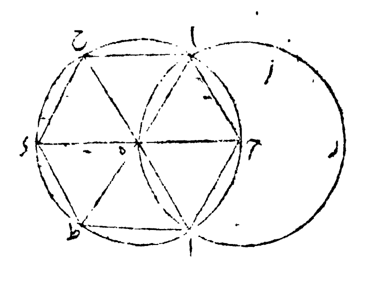
نريد ان نعمل على مخمس دائرة



مثلا على مخمس ا ب ح د ه فننصف زاويتي ح د بخطين يلتقيان على ز ونخرج منها زب زا زه ونبين من تساوي المثلثات تساوي الاضلاع المحيطة بز ونرسم عليها ببعد احد الاضلاع الدائرة وذلك ما اردناه

يه

نريد ان نعمل في دائرة مسدسا



وليكن الدائرة ا ب د
وقطرها ح د ومركزها ه
ونرسم على ح ببعد ح ه
دائرة ا ب ز ونصل ا ه
ب ه ونخرجهما الى
ح ط ونصل اوتار اح حب بح حد دط
طا فيتم المسدس وذلك لان مثلثي ا ه ح ب ه ح متساويا
الاضلاع وكل واحدة من زاياهما ثلثا قائمة فزاوية د ه ط
المقابلة لزاوية ب ه ح ثلثا قائمة ويبقى زاوية ا ه ط
لكونها تمام مجموع زاويتي ا ه ح ط ه د او تمام جميع ا ه ب
من قائمتين مثلها فجميع الزوايا المحيطة به متساوية وكذلك
قسيها واوتارها واما الزوايا فلان كل واحدة منها تقع على
اربع من القسي الست المتساوية فاذن الاضلاع والزوايا متساوية
وذلك ما اردناه

وقد تبين ان ضلع المسدس يساوي نصف قطر دائرته ويمكن

ان نعمل على دائرة مسدسا وفي مسدس او عليه دائرة كما مر في المخمس

يو

نريد ان نعمل في دائرة ذا خمسة عشر ضلعا متساوية متساوية الزوايا

مثلا في دائرة ا ب ح فنرسم فيها وتري ا ب ا ح مثل ضلعي مخمس ومثلث يقعان فيها واذا توهمنا قسمة المحيط بخمسة عشر قسما متساوية وقع منها في قوس ا ب ثلثة وفي قوس ا ح خمسة فيكون الواقع في قوس ب ح اثنين ونصفها على د فكل واحدة من قوسي ب د د ح احد الاقسام الخمسة عشر ونصل وتريهما واذا رسمنا امثالهما في الدائرة على التتالي الى ان يعود الى المبداء تم الشكل وبمثل ما مر يمكن ان نعمل مثل هذا الشكل على دائرة او في هذا الشكل او عليه دائرة

المقالة الخامسة خمسة وعشرون شكلا

صدر

متى قدر اصغر المقدارين اعظمهما بغير جزوه والاعظم دو اضعافه والنسبة اينية احد مقدارين متجانسين عند الآخر او انيانه في القدر بين مقدارين متجانسين * التناسب تشابه النسب * المقادير التي لبعضها نسبة الى بعض هي التي يمكن ان يفضل بعضها بالتضعيف على بعض * المقادير التي على نسبة واحدة الاول الى الثاني والثالث الى الرابع هي التي اذا اخذ اي اضعاف امكن مما لا نهاية لها للاول والثالث متساوية المرات والثاني والرابع متساوية المرات كانت الاوليان معا ابدا اما زايدتين على الآخرين واما ناقصتين منهما واما مساويتين لهما بشرط ان يوخذ على الولاء و لتسم امثال هذه المقادير بالمتناسبة وان كانت مثلا اضعاف الاول زائدة على اضعاف الثاني واضعاف الثالث غير زائدة على اضعاف الرابع ولو مرة واحدة بشرط تساوي المرات في الاول والثالث وفي الثاني والرابع كانت نسبة الاول الى الثاني اعظم من نسبة الثالث الى الرابع * اقل ما يقع فيه التناسب ثلثة حدود وذلك انما يكون بتكرير حد * وان التناسب ثلثة مقادير

على الولاء كانت نسبة الاول الى الآخر هي نسبته الى الثاني مثناة بالتكرير وكذلك في الاربعة مثلثة وعلى قياسه * المقادير المتسقة في النسبة والنظيرة هي التي تتسق المقدمات مع المقدمات والتوالي مع التوالي * عكس النسبة وخلافها هو جعل التالي مقدما والمقدم تاليا في النسبة * ابدال النسبة هو اخذ النسبة للمقدم الى المقدم والتالي الى التالي * تركيب النسبة هو اخذ نسبة مجموع المقدم والتالي الى التالي * تفصيل النسبة هو اخذ نسبة فضل المقدم على التالي الى التالي * قلب النسبة هو اخذ نسبة المقدم الى فضله على التالي * نسبة المساوات هي ان يقع في النسبة صنفان من المقادير متساوى العدة كل اثنين من صنف على نسبة نظيريهما من الصنف الآخر فيؤخذ نسبة الاطراف دون الاوساط * والمنتظمة منها هي التي تكون على الترتيب مثلا مقدم الى تالي كمقدم الى تالي والتالي الاول الى الآخر كالتالي الاخير الى نظيره ذلك الآخر * والمضطربة هي التي لا تكون على الترتيب مثلا مقدم الى تالي كمقدم الى تالي والتالي الاول الى الآخر كآخر الى المقدم الاخير الآن ا

كانت مقادير فى الاول منهــــا من اضعاف الثاني كما فى الثالث من اضعاف الرابع ففى جميع الاول والثالث من اضعاف جميع الثاني والرابع كما فى احد هما من اضعاف قرينـــه

مثلا في ا ب من اضعاف ه كما في ح ك من اضعاف ر نقول ففي جميـــع ا ب ح ك من اضعاف جميع ه ر كمـــا في ا ب من اضعاف ه ولنقسم ا ب علي ح به و ح ك علي ط بر لجميع ا ح ح ط مثل جميع ه ر وجميع ح ب ط ك مثل جميع ه ر مرة اخرى فعده ماني ا ب ح ك مقترنين من اضعاف ه ر معاكعددما في احد هما منفردا من اضعاف فرقرينه وحد ه وذلك ما اردنا،

ب

اذا كان فى الاول من اضعاف الثانى كما فى الثالث من اضعاف الرابع وفى الخامس

من اضعاف الثاني ايضا كما في السادس من اضعاف الرابع يعني جميع الاول والخامس من اضعاف الثاني كما في جميع الثالث والسادس من اضعاف الرابع

مثلا في اب من اح كما في ا‍ــــــــــــــــــــــــب‍ــــــــــــــــــــــــح

كه من رو في بح ‍ــــــــــح‍ــــــــــ

من ح كما في هط من ر ففي ى‍ــــــــــــــــــه‍ــــــــــــــــــط

اح من ح كما في كط من ‍ــــــــــر‍ــــــــــ

ر وذلك لان عدد ما في اب من الاضعاف لح مساو لعدد ما في كه لر وعدد ما في بح مساو لعدد ما في هط وان اريد على المتساوية متساوية حصلت متساوية فعدد ما في اح مساو لعدد ما في كط وذلك ما اردناه

د

اذا كان في الاول من اضعاف الثاني كما في الثالث من اضعاف الرابع واخذ للاول والثالث اضعاف متساوية العدة كان في

اضعاف الاول من اضعاف الثاني كما في
اضعاف الثالث من اضعاف الرابع
مثلا في آ من اضعاف ب كما في ح
من اضعاف د وفي ه ز من اضعاف آ
كما في ح ط من اضعاف ح نقول ففي
ه ز من اضعاف ب كما في ح ط من
اضعاف د وذلك لانا ان قسمنا ه ز على
ك ب او ح ط على ل بحـ كان في
ه ك اعني آ من اضعاف ب كما في
ح ل عني ح من اضعاف د وفي
ك ز اعني آ من اضعاف ب كما
في ل ط اعني ح من اضعاف د ففي جميع ه ز من
اضعاف ب كما في جميع ح ط من اضعاف د لما مر
ذلك ما اردناه

ع

اذا كانت نسبة الاول الى الثاني كنسبة
الثالث الى الرابع واخذ للاول والثالث

اضعاف متساوية وللثاني والرابع اضعاف
اخر متساوية فنسبة اضعاف الاول الى
اضعاف الثاني كنسبة اضعاف الثالث
الى اضعاف الرابع

مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ج
الى د واخذ لا ج اضعاف
متساوية وهي ه ز ول ب د اضعاف
متساوية وهي ح ط نقول فنسبة
ه الى ح كنسبة ز الى ط وذلك لان
كل اضعاف متساوية يوخذ له ز
ل م ولح ط كن سه كانت
ل م ايضا اضعافا لا ج و ح سه لب
د وكانت ل م بحكم المصادرة زايدة او ناقصة او مساوية
لن سه معا فاذن اي اضعاف اخذت له ز و لح ط
كان الاولان معا زايدين على الاخرين او ناقصين او مساويين
فبحكم عكس المصادرة نسبة ه الى ح كنسبة ز الى ط
وذلك ما اردناه

١٥

اذا كان مقداران احدهما اضعاف للآخر ونقص منهما مقداران احدهما اضعاف للآخر ايضا بتلك العدة النظير من النظير كان في الباقي اضعاف للباقي بتلك العدة

مثلا اب اضعاف حر وقد نقص منهما اه حز واه اضعاف حز بتلك العدة نقول فه ب اضعاف زر مثلهما ولنأخذ زر اضعافا بتلك العدة وهي اط فجميع طه اضعاف لجميع حر بتلك العدة وكان جميع اب اضعافا له كذلك فطه اب متساويان واه مشترك يبقى اط الذي هو اضعاف زر بتلك العدة مساويا له ب فه ب اضعاف زر كذلك وذلك ما اردناه

و

اذا كان مقداران اضعافا متساوية لآخرين ونقص منهما اضعاف متساوية للآخرين بقي

منهما اما مثل الآخرين واما اضعاف لهما متساوية

مثلا ا ب ح ك اضعاف متساوية له ز و اح المنقوص من ا ب اضعاف له مثل ح ط المنقوص من ح ك له فنقول ان ح ب الباقي ان كان مثل ه كان ط ك الباقي مثل ز وان كان ح ب اضعافا له كان ط ك اضعافا بتلك العدة له ولنأخذ ح ك له مثلا او اضعافا كما كان ح ب له يصير في اح الاول من ه الثاني ما في ح ط الثالث من ز الرابع وفي ح ب الخامس من ه الثاني ما في ح ك السادس من ز الرابع فيكون في جميع ا ب من ه ما في جميع ك ط من ز وكان في ح ك منه مثل ذلك فك ط ح ك متساويان و ح ط مشترك يبقى ح ك مساويا لط ك فان كان مثل ز فهذا ايضا مثله وان كان اضعافا فهذا ايضا اضعاف بعدته وذلك ما اردناه

نسب المقادير المتساوية الى مقدار واحد متساوية ونسبة اليها ايضاً متساوية

مثلا ا ب متساويان فنسبة ا الى ج كنسبة ب اليه ونسبة ج الى ا كنسبته الى ب وذلك لانا ان اخذنا لا ب اي اضعاف متساوية امكننا كـ ة ولج اي اضعاف امكننا كج كانت زيادة كـ ة على ر ونقصانهما منه ومساواتهما له معا لتساويهما وكذلك من الجانب الآخر فالنسبة المذكورة بينهما واحدة بعكس المصادرة وذلك ما اردناه

ح

نسبة اعظم المقدارين الى ثالث اعظم من نسبة اصغرهما اليه ونسبة الثالث الى اصغرهما اعظم من نسبته الى اعظمهما

مثلا اب اعظم من ح فنسبة
اب الى كـ اعظم من نسبة
ح اليه و نسبة كـ الى ح
اعظم من نسبته الى اب ولنفصل
مثل ح من اب وهو ب ه
واحد تدري اه ه ب
الذي ليس باعظم من صاحبه يمكن ان يضعف حتى يزيد على
كـ لوقوع النسبة بينهما كما ذكر في الصدر اذ هما متجانسان
فليكن هو اه ونضعفه حتى يصير زح وهو اعظم من كـ
وان كان اه اعظم من كـ من غير تضعيف فلنأخذ له اي
اضعاف اتفقت وهو زح وله ب اضعافا بعددها وهو ح ط
ول ح كذلك وهو كـ ل فيح ط كـ ل متساويان وكل
واحد منهما اعظم من كـ ولنأخذ لـ ل ضعفه وهو م وثلثة
اضعافه وهو ن وهكذا على التوالي الى ان ينتهي الى اول
اضعاف له يزيد على كـ ل وهو س وس الذي قبله
ليس باعظم من كـ ل اعني ح ط واذا زيد كـ على ن

نسب المقادير المتساوية الى مقدار واحد متساوية ونسبة اليها ايضاً متساوية

مثلاً آ ب متساويان فنسبة آ الى ح كنسبة ب اليه ونسبة ح الى آ كنسبته الى ب وذلك لانا ان اخذنا لآ ب اي اضعاف متساوية امكننا كد ه ول لح اي اضعاف امكننا كز كانت زيادة كد ه على ز ونقصانهما منه ومساواتهما له معاً لتساويهما وكذلك من لبيان نسب الآخر فالنسبة المذكورة بينهما واحدة بعكس المصادرة وذلك ما اردناه

ح

نسبة اعظم المقدارين الى ثالث اعظم من نسبة اصغرهما اليه ونسبة الثالث الى اصغرهما اعظم من نسبته الى اعظمهما

مثلا ا ب اعظم من ح فنسبة
ا ب الى ك اعظم من نسبة
ح اليه ونسبة ك الى ح
اعظم من نسبته الى ا ب ولنفصل
مثل ح من ا ب وهو ب ه
واحد تدري ا ه ه ب

الذي ليس باعظم من صاحبه يمكن ان يضعف حتى يزيد على ك ان توع النسبة بينهما كما ذكر في الصدر اذ هما متجانسان فليكن هو ا ه ونضعفه حتى يصير ر ح وهو اعظم من ك وان كان ا ه اعظم من ك من غير تضعيف فلنأخذ له اي اضعاف اتفقت وهو ر ح وله ب اضعاف بعددها وهو ح ط ولـ ح كذلك وهو ك ل فح ط ك ل متساويان وكل واحد منهما اعظم من ك ولنأخذ لـ ك ضعفه وهو م وثلثة اضعافه وهو ن وهكذا على التوالي الى ان ينتهي الى اول اضعاف له يزيد على ك ل وهو س و ن الذي قبله ليس باعظم من ك ل اعني ح ط واذا زيد ك على ن

مار سه و رح على ح ط مار رط و رح اعظم من كـ فجميع رط اعظم من لبنر وجميع رط اضعاف لجميع اب كـ ل الح فاذن يوجد لا محة ح المضاف متساوية ولكن اضعاف ما وقد زاد الاضعاف اب على اضعاف كـ ولم يزد اضعاف ح عليه فبحكم المصادرة نسبة اب الى كـ اعظم من نسبة ح اليه وايضا وجدت لكن اضعاف زادت على اضعاف ح ولم يزد على اضعاف اب فنسبته الى ح اعظم من نسبته الى اب وذلك ما اردناه

يط

الاقدار المتساوية النسب الى مقدار واحد متساوية وكذلك التي يتساوي نسب مقدار واحد اليها

مثلا نسبة ا الى ح كنسبة ب اليه فا ب متساويان وايضا نسبة ح الى ا كنسبته الي ب فا ب متساويان وذلك لانهما لو اختلفا لاختلف النسبتان لكنهما متساويتان هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

ب ا ح

اي
اعظم المقدارين اعظمهما نسبة الى ثالث والذي نسبة الثالث اليه اعظم فهو اصغرهما

مثلا نسبة $\overline{ا}$ الى $\overline{ج}$ اعظم من نسبة $\overline{ب}$ اليه فا اعظم من $\overline{ب}$ لانه لوكان مساويا لب لكانت نسبتهما الي $\overline{ج}$ واحدة ولو كان اصغر من $\overline{ب}$ لكانت نسبته الى $\overline{ج}$ اصغر من نسبة $\overline{ب}$ الي $\overline{ج}$ وليس كذلك فاذن هو اعظم وايضا نسبة $\overline{ج}$ الي $\overline{ب}$ اعظم من نسبته الي $\overline{ا}$ فا اعظم من $\overline{ب}$ لانه لوكان مساويا لب لكانت نسبة $\overline{ج}$ اليهما واحدة وان كان اصغر من $\overline{ب}$ كانت نسبة $\overline{ج}$ اليه اعظم من نسبته الي $\overline{ب}$ وليس كذلك فاذن هو اعظم وذلك ما اردناه

ب | ا | ج

اقول

وهذه انما تقع في المقادير المتجانسة

يا

النسب المساوية لنسبة واحدة متساوية.

مثلا نسبة
ا الی ب
كنسبة ح الی
ك ونسبة
ه الی ز

كنسبة ح الی ك فنسبة ا الی ب كنسبة ه الی ز
ولناخذ لاقدار ا ح ه ای اضعاف متساوية امكنت وهی
ح ط ك ولاقدار ب ك ز ای اضعاف متساوية امكنت
وهی ل م ن فلان نسبة ا ب كنسبة ح ك يكون زيادة
ونقصان ومساواة ح ط لل م معا ولان نسبة ح ك كنسبة
ه ز يكون زيادة ونقصان ومساواة ط ك لم ن معا
فاذن زيادة ونقصان ومساواة ح ك لل ن معا فنسبة
ا ب كنسبة ه ز وذلك ما اردناه

يب

النسبة المساوية لنسبة اعظم من ثالثة هی
اعظم من الثالثة

مثلا نسبة آ الى ب كنسبة ح الى د ونسبة ح الى د اعظم من نسبة ه الى ر فنسبة آ الى ب ايضا اعظم من نسبة ه الى ر فلناخذ لح ه ولد ر اضعافهما المتساوية التي يزيد التي لح على التي لد ولا يزيد التي له على التي لر وليكن ح ط لح ه و ك ل لد ر ولناخذ لا اضعاف م بعدة ماكانت ح ط لح ه ولب اضعاف ن بعدة ماكانت ك ل لد ر فلان نسبة آ ب كنسبة ح د يكون زيادة ونقصان ومساواة م ح لن ك معا ولكن ح يزيد على ك و ط ليس يزيد على ل فم يزيد على ن و ط ليس يزيد على ل فاذن نسبة آ الى ب اعظم من نسبة ه الي ر وذلك ما اردناه ∴

يح

اذا كانت مقادير متناسبة فنسبة مقدم واحد

الى تاليه كنسبة جميع المقدمات الى جميع التوالى

ح ——— ط ———
ا ——— ح ———
ب ——— ى ———
ل ——— م ———
ك ———
ه ———
ز ———
ن ———

مثلا نسبة ا الي ب كنسبة ح الى ى وكنسبة ه الي ز فنسبة ا الى ب كنسبة جميع ا ح ه الي جميع ب ى ز ولناخذ لا ح ه اي اضعاف متساوية امكنت وهي ح ط ك ولـ ب ى ز ايضا وهي ل م ن ولان النسبة في الجميع واحدة تكون الزيادة والنقصان والمساوات للاضعاف مع الاضعاف معا فان كان ح زايدا علي ل كان جميع ح ط ك زايدا على جميع ل م ن واذا كان ناقصا كان ناقصا واذا كان مساويا كان مساويا فنسبة ا الي ب كنسبة الجميع الى الجميع وذلك ما اردناه

ان اكانت اربعة مقادير متناسبة فالاول ان
كان اعظم من الثالث كان الثانى اعظم من
الرابع وان كان اصغر كان اصغر وان كان
مساويا كان مساويا

مثلا نسبة $\overline{ا}$ الى $\overline{ب}$ كنسبة $\overline{ح}$
الى $\overline{د}$ وليكن $\overline{ا}$ اعظم من
$\overline{ح}$ نقول فب اعظم من د
وذلك لان نسبة $\overline{ا}$ الاعظم الى
$\overline{ب}$ اعظم من نسبة $\overline{ح}$ اليه وزاوية $\overline{ح}$ الى $\overline{د}$ كنسبة $\overline{ا}$
الى $\overline{ب}$ ونسبة $\overline{ح}$ الى $\overline{د}$ اعظم من نسبة الى $\overline{ب}$ فب
اعظم من $\overline{د}$ وبمثل ذلك تبين المساوي والاصغر وذلك
ما اردناه

واعلم

ان هذا الحكم انما يختص بالمقادير المتجانسة فان الاولين ان كانا

من غير جنس الآخرين لم يكن الا بهما نسبة بينهما بالعظم والصغر والتساوي مع وجود التناسب فيها

يه

اجزاء التى اضعافها متساوية فنسبة بعضها الى بعض كنسبة الاضعاف الى الاضعاف على الولاء

مثلا اب اضعاف حز كده لر فنسبة حز الى ر كنسبة اب الى كه وليقسم اب على ح ط بحر وكه على ل م بر فنسبتى الى حز كنسبة اح الى كل لانهما مثلاهما وكنسبة حط الى لم وكنسبة طب الى م ه ونسبة الواحد الى الواحد كنسبة الجميع الى الجميع فنسبة حز الى ر كنسبة اب الى كه وذلك ما اردناه

يو

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة وابدلت كانت ايضا متناسبة

مثـــلا نسبة آ الي ب كنسبة ح الي ك نقـــول فنسبة آ الي ح كنسبـــة ب الـي ك. ولنا خذ لا ب اي اضعـــاف متسا وية امثلت وهي ه ر و لح ك ايضــا وهي ح ط فنسبة ا الي ب كنسبة ه الي ر ونسبة ح الي ك كنسبة ح الي ط فنسبة ه الي ر كنسبـــة ح الي ط فان كان ه اعظم من ح فر اعظم من ط وكذلك ان كان اصغراومساويا فه ر اللذان هما اضعاف آ ب يكونان معـــا علي ح ط اللذين هما اضعاف ح ك اما زائدين اوناقصين اومسا وين فنسبـــة آ الي ح كنسبة ب الي ك وذلك ما اردناه

اقول

ويشترط فيه ان يكون الاربعة من جنس واحد فان التناسب قد يقع في جنسين مثلا يكون نسبة الخط الي الخط كنسبة السطح الي السطح ولا يقع الابدال هناك

اذا كانت مقادير مركبة متناسبة وفصلت كانت ايضا متناسبة .

ح ط ك س

ا ه ب

ح ر ذ

ل م ن ع

مثلا نسبة اب الى به كنسبة حز الى زر على التركيب نقول فنسبته اه الى هب كنسبة حر الى رد على التفصيل ولناخذ لاه هب حر رد اي اضعاف متساوية امكنت وهي حط طك لم من وحط لاه كطك له ب فجميع حك لاب ايضا كذلك وايضا جميع لن لحد كذلك فحك لن اضعاف لاب حد متساوية وناخذ له ب رد اي اضعاف متساوية امكنت وهي كس نع فاضعاف طك الاول له ب الثاني كاضعاف من الثالث لرد الرابع واضعاف كس الخامس له ب الثاني كاضعاف نع السادس لرد الرابع فجميع طس له ب

كجميع م ع لـ ر ك فيكون ك ن اضعاف لا ب ح ك
متساوية و ط س ع اضعاف له ب ر ك متساوية
ونسبة ا ب الي ب ه كنسبة ح ك الي ك ر فيكون
ك ل ن معا اما زايدان علي ط س م ع اوناقصان اومساويان
ونسقط ط ك م ن المشتركين فيكون ط ل م معا
اما زايدان علي ك س ن ع اوناقصان اومساويان و
ح ط ل م اضعاف متساوية لا ه ح ر و ك س
ن ع اضعاف له ب ر ك فبحكم عكس المضادرة نسبة
ا ه الي ه ب كنسبة ح ر الي ر ك وذلك ما اردناه

يح

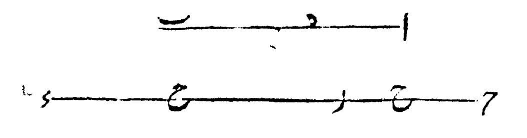
اذا كانت مقادير مفصلة متناسبة وركبت
كانت ايضا متناسبة

مثلا نسبة ا ب الي ب ح ا ــ ب ــ ح
كنسبة د ه الي ه ر علي د ــ ه ــ ح ــ ر
التفصيل نقول فنسبة ا ح الي ح ب كنسبة د ر الي ر ه
علي التركيب و الا فليكن كنسبة د ر الي ر ح وليكن

ر ح اولا اصغر من ر ه فان افصلنا كانت نسبة ا ب الي ب ح اعني نسبة ك ه الي ه ر كنسبة ك ح الي ح ر و ك ه اصغر من ك ح فه ر اصغر من ح ر هف وكذلك تبين ان كان ر ح اعظم من ر ه فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

يط

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة ونقص اثنان من نظيريهما كان الباقيان ايضا على تلك النسبة



مثلا نسبة ا ب الي ح ك كنسبة ا ه الي ح ر فاذا نقص ا ه من ا ب و ح ر من ح ك كانت نسبة ه ب الي ر ك الباقيين كنسبة ا ب الي ح ك وذلك لانا اذا ابدلنا كانت نسبة ا ب الي ا ه كنسبة ح ك الي ح ر واذا فصلنا كانت نسبة ب ه الي ه ا كنسبة ك ر الي ر ح

وانا ابدلنا كانت نسبة ل ه الى ك ز كنسبة ه الى
ز ح اعني ا ب الى ح ك وذلك ما اردناه

ك

اذا كان صنفان من المقادير متساوية العدة
كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من
الصنف الآخر وانتظمت النسب ففي المساواة
ان كان الاول من صنف اعظم من الاخير
كان الاول من الصنف الآخر اعظم من الاخير
وان كان مساويا او اصغر كان كذلك

مثلا ا ب ح صنف و ك
ه ز صنف آخر ونسبة
ا ب كنسبة ك ه ونسبة
ب ح كنسبة ه ز نقول فان كان
ا اعظم من ح كان ك اعظم من ز وذلك لان نسبة ا الاعظم
الى ب اعني نسبة ك الى ه تكون اعظم من نسبة ح
الاصغر الى ب اعني نسبة ز الى ه فك اعظم من ز وقس

عليه لان كان ا مساويا لـ ح او اصغر منه وذلك ما اردناه

كا

اذا كان صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الآخر واضطربت النسب ففي المساواة ان كان الاول من صنف اعظم من الآخر كان الاول من الصنف الآخر اعظم من الآخر وان كان مساويا او اصغر كان كذلك

مثلا ا ب ح صنف و كـ ه ر صنف ونسبة ا ب كنسبة ه ر ونسبة ب ح كنسبة كـ ه نقول فان كان ا اعظم من ح كان كـ اعظم من ر ونّه الى لان نسبة ا الى ب اعني نسبة ه الى ر اعظم من نسبة ح الى ب اعني نسبة ه الى كـ فاذا اعظم من ر وقس عليه ان كان ا مساويا لـ ح او اصغر منه وذلك ما اردناه

كب

اذا كان صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الآخر وانتظمت النسب فانهما في المساواة متناسبة

مثلا ا ب ح صنف و ى ه ز صنف ونسبة ب كنسبة ى ه ونسبة ب ح كنسبة ه ز نقول فنسبة ا ح كنسبة ى ز فلناخذ لا ى اي اضعاف متساوية امكنت وهي ح ط و لب ه كذلك وهي ك ل ولح ز كذلك وهي م ن فلان نسبة ا ب كى ه يكون نسبة ح ك كنسبة ط ل ولان نسبة ب ح كنسبة ه ز يكون نسبة ك م كنسبة ل ن فمقادير ح ك م مع مقادير ط ل ن على الانتظام في زيادة ونقصان ومساواة ح ط لم ن معا فاذن نسبة ا ح كنسبة ى ز وذلك ما اردناه

ط	ل	ن
ى	ه	ز
ا	ب	ح
ح	ك	م

يح

ان كان صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الآخر واضطربت النسب فانها في المساواة متناسبة

مثلاً ا ب ح صنف و د ه ز صنف ونسبة ا ب كنسبة ه ز ونسبة ب ح كنسبة د ه . نقول فنسبة ا ح كنسبة د ز فلنأخذ لا ب د اي اضعاف متساوية امكنت وهي ح ط ك و لح ه ز كذلك وهي ل م ن فح ط على نسبة ا ب و م ن على نسبة ه ز فنسبة ح ط كنسبة م ن وايضا نسبة ب ح كنسبة د ه ونسبة ط ل كنسبة ك م فمقادير ح ط ل مع مقادير ك م ن على الاضطراب فزيادة ونقصان ومساواة ح ك لل ن معا فاذن نسبة ا ح كنسبة د ز وذلك ما اردناه

كد

ان كانت مقادير نسبة الاول الى الثاني

كنسبة الثالث الى الرابع ونسبة الخامس الى الثاني كنسبة السادس الى الرابع كانت نسبة مجموع الاول والخامس الى الثاني كنسبة مجموع الثالث والسادس الي الرابع

مثلا نسبة اب الي ج كنسبة ده الي ز ا ب ح د ه ط ر

ونسبة ب ح الي ج كنسبة ه ط الي ر فنسبة جميع ا ح الي ج كنسبة جميع د ط الي ر وذلك لان نسبة ا ب الي ج كنسبة د ه الي ر وبالخلاف نسبة ج الي ب ح كنسبة ر الي ه ط فبالمساواة المنتظمة نسبة ا ب الي ب ح كنسبة د ه الي ه ط وبالتركيب نسبة ا ح الي ب ج كنسبة د ط الي ه ط وكانت نسبة ب ح الي ج كنسبة ه ط الي ر فبالمساواة المنتظمة نسبة ا ح الي ج كنسبة د ط الي ر وذلك ما اردناه

كه

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة اعظمها

الاول و اصغرها الاخير مجموعهما اعظم من مجموع الباقيين

مثلا نسبة ا ب الي ح ک کنسبة ه الي ز و ا ب اعظم الاربعة و ز اصغرها نقول فجميع ا ب ز اعظم من مجموع ح ک ه وافصل من ا ب ا ح مثل ه ومن ح ک ح ط مثل ز فنسبة ا ب الي ح ک کنسبة ح ب الي ط ک الباقيين و ا ب اعظم من ح ک فح ب اعظم من ط ک ونجعل ا ح ح ط مشترکا فيصير جميع ا ب ح ط اعني الاول والاخير اعظم من جميع ح ک ا ح اعني الباقيين وذلك ما اردناه

المقالة السادسة ثلثون شكلا

صدر

السطوح المتشابهة

هى التي زواياها متساوية واضلاعها المحيطة بالزوايا المتساوية متناسبة * والمتكافية الاضلاع هى التى اضلاعها متناسبة على التقديم والتاخير اى يقع في كل منهما مقدم و تالى *
ارتفاع الشكل هو العمود المخرج من راسه على قاعدته *
الخط المقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين
هو الذي يكون نسبته الى اعظم قسميه كنسبة اعظم قسميه الى اصغرهما
* النسبة المولفة من نسب هى الحاصلة من تضعيف بعض اقدار تلك النسب ببعض اعنى من ضرب بعضها في بعض *

الاشكال

١

السطوح المتوازية الاضلاع والمثلثات اذا كانت متساوية الارتفاعات فنسبة البعض الى البعض نسبة القواعد

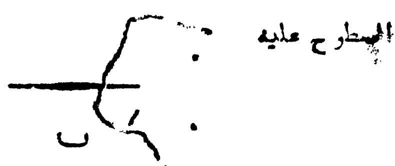
مثلا سطحا ه ح ج ز ومثلثا ا ب ج ا ج ك متساويا الارتفاع

فنسبة احد السطحين او المثلثين الى الآخر كنسبة ب ح الى ح ى ولنخرج ب ى في الجهتين ونفصل مثل ب ح ما امكن وهو ب ح ج ط ومثل ح ى ما امكن وهو ى ك ك ل ونصل ا ح ا ط ا ك ا ل فمثلثات ا ب ح ا ب ح ا ط ح متساوية وجميعها اضعاف مثلث ا ب ح وقواعد ح ب ب ح ج ط متساوية وجميعها اضعاف قاعدة ب ح وكذلك مثلثات ا ح ى ا ى ك ا ك ل متساوية وجميعها اضعاف مثلث ا ح ى وقواعد ح ى ى ك ك ل متساوية وجميعها اضعاف قاعدة ح ى وجميع ا ط ح ان كان زايدا على جميع ا ل ح كان ط ح زايدا على ل ح وان كان ناقصا او مساويا كان ناقصا او مساويا فنسبة مثلث ا ب ح الى مثلث ا ح ى كنسبة ب ح الى ح ى وكذلك في السطوح ايضا وذلك ما اردناه

اقول

وان كانت السطوح والمثلثات على نسبة القواعد فهي المتساوية الارتفاعات وليكن مثلثا

ا ب ح د ح ه على خط ب ه ونسبتهما كنسبة ب ح الى ح ه اقول فارتفاعهما اعني ا ر د ح العمودين متساويان والا فليكن ط ح مساويا لا ر ونصل ط ح ط ه فنسبة مثلث ا ب ح الى مثلث ط ح ه كنسبة ب ح الى ح ه فنسبة مثلث ا ب ح الى مثلثي د ح ه ط ح ه واحدة فهما متساويان هذا خلف فالحكم ثابت وقس السطوح عليه



ب

ان اخرج خط من ضلع مثلث الى ضلع آخر فان كان موازيا للضلع الباقي فهو قد قطع

الضلعين على نسبة واحدة وان قطعهما على نسبة واحدة فهو موازٍ للضلع الباقي وليكن المثلث ا ب ج والخط د ه وليكن موازيا لب ج ونصل ب ه ج د فمثلث د ب ه ج د ه اللذان على قاعدة د ه وبين متوازيي د ه ب ج متساويان ونسبة مثلث ا د ه اليهما نسبة واحدة لكن نسبته الى مثلث د ب ه كنسبة ا د الى د ب والى مثلث د ج ه كنسبة ا ه الى ه ج فنسبة ا د الى د ب كنسبة ا ه الى ه ج وايضا ليكن نسبة ا د الى د ب كنسبة ا ه الى ه ج ونسبة ا د الى د ب كنسبة مثلث ا د ه الى مثلث ه ب د ونسبة ا ه الى ه ج كنسبة مثلث ا د ه الى مثلث د ج ه فنسبة مثلث ا د ه الى المثلثين نسبة واحدة فهما متساويان فخط د ه ب ج متوازيان وذلك ما اردناه

كل مثلث خرج من احدى زواياه خط

الى وترها فان كان الخط منصفا لتلك الزاوية كانت نسبة احد قسمى الوتر الى الآخر كنسبة احد ضلعى الزاوية الى الآخر على الولاء وان كانت النسبة هكذا كان الخط منصفا للزاوية ٠

وليكن المثلث ا ب ح والخط الخارج من زاوية ا هو ا ى ولنخرج من ح ح ه موازيا لـ ا ى ونخرج ب ا الى ان يتلاقيا على ه فزاويتا ب ا ى ب ه ح الخارجة والداخلة متساويتان وزاويتا ح ا ى ا ح ه المتبادلتان متساويتان ولنفرض اولا زاوية ب ا ح منصفة بخط ا ى نقول فنسبة ب ى الى ى ح كنسبة ب ا الى ا ح وذلك لان زاويتى ا ه ح ا ح ه تكونان حينئذ متساويتين ويكون لكن ه ا ح فنسبة ب ى الى ى ح كنسبة ب ا الى ا ه اعنى الى ا ح وايضا لنفرض نسبة

ب ك الي ك ح كنسبة ب ا الي ا ح نقول فالزاوية منصفة لان نسبة ب ك الي ك ح كنسبة ب ا الى ا ه كنسبة ب ا الى ا ه و ا ح واحدة فهما متساويان فزاوية ب ه ح اعني زاوية ب ا ك مساوية لزاوية ا ح ه اعني ح ا ك وذلك ما اردناه

كل مثلثين يتساوي زوايا هما النظاير فاضلاعهما النظاير متناسبة

مثلا في مثلثي ا ب ح ك ح ه زاويتا ب ا ح ح ك ه متساويتان وكذلك زاويتا ب ح ا ح ه ك وكذلك زاويتا ح ب ا ه ح ك نقول فنسبة ب ح الي ح ه كنسبة ب ا الى ح ك وكنسبة ا ح الى ك ه وليكونا على خط ب ح ه ونخرج ب ا ه ك الى ان يلتقيا على ر ويكون ا ح موازيا لك ه و ك ح موازيا لر ب

وسطح ز ح متوازي الاضلاع وذلك لتساوي الخارجة والداخلة فنسبة ب ح الى ح ه كنسبة ب ا الى ا ز اعني الى ح ك ونسبة ب ح الى ح ه كنسبة ز ك اعني ا ح الى ك ه فنسبة ب ا الى ا ز اعني ح ك ايضا كنسبة ا ح الى ك ه وذلك ما اردناه

ه

كل مثلثين يتناسب اضلاعهما النظاير فزواياهما النظاير متساوية

مثلا في مثلثي ا ب ح ك ه ز نسبة ا ب الى ك ه كنسبة ا ح الى ك ز ونسبة ب ح الى ه ز ولنعمل على ه من ه ز زاوية ز ه ح مثل زاوية ب وعلى ز منه زاوية ه ز ح مثل زاوية ح ونخرج الضلعين الى ان يتلاقيا على ح فيكون زوايا مثلثي ا ب ح ح ه ز النظاير متساوية ونسبة ب ح الى ه ز كنسبة ب ا الى ه ح

وكانت كنسبة ب ا الى ه ك فهما ه ك متساويان وكذلك يتبين ان ز ح ز ك متساويان فزوايا مثلث ه ز ك متساوية لزوايا مثلث ح ه ز اعني زوايا مثلث ا ب ح على التناظر وذلك ما اردناه

و

اذا تساوت زاويتا مثلثين وتناسبت الاضلاع المحيطة بهما تساوت باقي زواياهما

فليكن زاويتا ا ك من مثلثي ا ب ح ك ه ز متساويتان

ونسبة ا ب الى ك ه كنسبة ا ح الى ك ز ولنعمل على ك من خط ك ز زاوية ز ك ح مثل زاوية ا وعلى ز منه زاوية ك ز ح مثل زاوية ح ونخرج الضلعين الى ح فزوايا مثلثي ا ب ح ك ح ز متساوية فنسبة ا ح الى ك ز كنسبة ا ب الى ك ح وكانت كنسبته الى ك ه فك ح ك ه متساويان وكذلك

زاويتا ک ر المساويتان لزاوية آ فزوايا مثلثي ه ک ر ح ک ر اعني ب آ ح متساوية وذلك ما اردناه

ز

اذا تساوت زاويتا مثلثين وتناسبت اضلاع زاويتين اخريين وكانت كل من الزاويتين الباقيتين منهما اما اصغر او ليستا باصغر من قائمة تساوت الزوايا الباقية النظائر

مثلا تساوت زاويتا آ ک من مثلثي آ ب ح ک ه ر وكانت نسبة آ ب الى ک ه كنسبة ب ح الى ه ر وكانت كل واحدة من زاويتي ح ر اما اصغر او ليست باصغر من قائمة فنقول زاويتا ب ه متساويتان وكذلك زاويتا ح ر فان لم يكن زاويتا ب ه متساويتين فليكن ب اعظم ونعمل زاوية آ ب ح مثل ه فيبقى زاوية ب ح آ مثل زاوية ر فنسبة آ ب الى ک ه كنسبة ب ح الى ه ر .

وكانت كنسبة ب ج الى ه ز فيصير ب ج متساويان وزاويتا ب ج ح ب ج ح متساويتان فان لم يكن كل واحدة من زاويتي ج ز اصغر من قائمة وقع في مثلث زاويتان ليستا باصغر من قائمتين هف وان كانت اصغر من قائمة كانت زاوية ح ب اعني زاوية ز اكبر من قائمة وفرضنا اصغر هف فاذن زاويتا ب ه متساويتان ويبقي زاويتا ج ز متساويتين وذلك ما اردناه

ح

ان اخرج عمود من زاوية قائمة في مثلث على وترها قسم المثلث بمثلثين متشابهين ومشابهين للمثلث الاعظم

مثلا خرج من زاوية ا القائمة في ا ب ج عمود ا د على ب ج نقول فمثلثا ا ب د ج ا د متشابهان

ومشابهان لمثلث ج ب ا وذلك لان في مثلثي ا ب د ج ب ا زاوية ب مشتركة وزاويتي ا د ب ج ا ب

قائمتان فيبقي زاويتا ب ا ى ب ح ا متساويتين ويكونان

متشابهين نسبة ى ب الى ب ا كنسبة ا ب الى ب ح

وكنسبة ا ى الى ا ح وكذلك الحكم في مثلثي ح ا ى

ح ب ا واما مثلثا ح ا ى ا ب ى فلان زاويتي ى منهما

قائمتان وزاوية ح مثل زاوية ى ا ب وزاوية ح ا ى

مثل زاوية ب فيكونان متشابهين نسبة ح ى الى ا ى

كنسبة ى ا الى ى ب وكنسبة ح ا الى ا ب وقد تبين

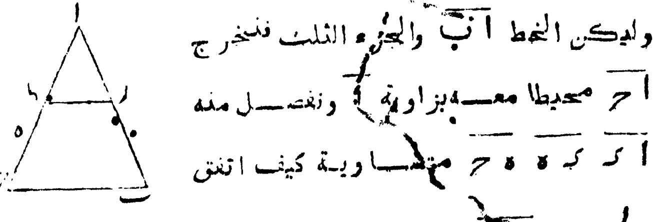
من ذلك ان العمود في النسبة وسط بين قسمي الوتر وان كل

واحد من ضلعي المثلث وسط بين القاعدة وقسمها الذي يليه

وذلك ما اردناه

ط

نريد ان نفصل من خط مفروض جزءاً ما



وليكن الخط ا ب والجزء الثلث فنخرج

ا ح محيطا معه بزاوية ونفصل منه

ا ى ى ه ه ح متساوية كيف اتفق

ونصل ب ح ونخرج من ى ى زموازيا لح ب فهو

يفصل من اب ثلثه وذلك لان نسبة ار الى اب كنسبة اد الى اح و اد ثلث اح فار ثلث اب وذلك ما اردناه

ى

تمرين ان نقسم خطا مفروضا على نسبة اقسام خط آخر

فليكن المفروض اب والمقسوم اح على د ه ونجعلهما محيطين بزاوية ا ونصل ب ح ونخرج من د ه د ز ه ح موازيين لح ب و د ط ك موازيا لا ب نقول ان اب انقسم بز ح على نسبة اقسام اح وذلك لان نسبة ا ز الى ز ح كنسبة ا د الى د ه و نسبة ز ح الى ح ب اعني نسبة د ط الى ط ك لكون كل واحد من سطحي ز ط ح ك متوازي الاضلاع كنسبة د ه الى ه ح وذلك ما اردناه

ان اتساوت زاويتان من سطحين متوازيي الاضلاع فان كان السطحان متساويين كانت الاضلاع المحيطة بالزاويتين متكافية وان كانت الاضلاع المحيطة بهما متكافية كان السطحان متساويين .

مثلا تساوت زاويتا ح من سطحي $\overline{\text{ا ح}}$ $\overline{\text{ح ز}}$ المتوازيي الاضلاع وليتساوى السطحان اولا نقول فنسبة $\overline{\text{ب ح}}$ الى $\overline{\text{ح ه}}$ كنسبة $\overline{\text{ح ح}}$ الى $\overline{\text{ح ك}}$

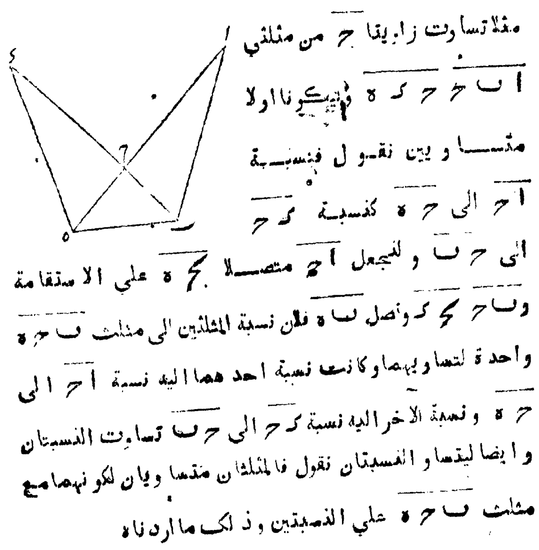
ولنفرض السطحين على ان $\overline{\text{ب ح}}$ $\overline{\text{ح ه}}$ متصلان على الاستقامة وكذلك $\overline{\text{ح ح}}$ $\overline{\text{ح ك}}$ ونتمم سطح $\overline{\text{ك ه}}$ فلان نسبة سطحي $\overline{\text{ا ح}}$ $\overline{\text{ح ز}}$ المتساويين الى سطح $\overline{\text{ك ه}}$ واحدة وكانت نسبة احدهما اليه نسبة $\overline{\text{ب ح}}$ الى $\overline{\text{ح ه}}$ ونسبة الاخر اليه نسبة $\overline{\text{ح ح}}$ الى $\overline{\text{ح ك}}$ فهي متناسبة

وايضا ليتساو النسبتان نقول فالسطحان متساويان لان نسبتيهما الى سطح $\overline{\text{ك ه}}$ هما نسبتا الاضلاع وتساوي نسبتيهما الى شيء واحد يقتضي تساويهما وذلك ما اردناه

X

يب

اذا تساوت زاويتان من مثلثين فان كانا متساويين كانت اضلاعهما المحيطة بالزاويتين متكافية وان كانت الاضلاع المحيطة بهما متكافية تساوي المثلثان



مثلا تساوت زاويتا ح من مثلثي ا ب ح ح د ه فليكونا اولا متساويين نقول فنسبة ا ح الى ح ه كنسبة د ح الى ح ب ولنجعل ا ح متصلا بـ ح ه على الاستقامة و ب ح بـ ح د ونصل ب ه فلان نسبة المثلثين الى مثلث ب ح ه واحدة لتساويهما وكانت نسبة احدهما اليه نسبة ا ح الى ح ه ونسبة الاخر اليه نسبة د ح الى ح ب تساوت النسبتان وايضا ليتساو النسبتان نقول فالمثلثان متساويان لكونهما مع مثلث ب ح ه على النسبتين وذلك ما اردناه

يج

كل اربعة خطوط فان كانت متناسبة كان

سطح الاول في الاخير كسطح احد الباقيين في الآخر وان كان سطح الاول في الاخير كسطح احد الباقيين في الآخر كانت الخطوط متناسبة

وليكن الخطوط ا ب ج د ه ر ونخرج من ا ج عمودي ا ح ج ك مثل خطي ه ر ونتمم سطحي ب ط ج ل

فان كانت الخطوط متناسبة كانت اضلاع السطحين مع تساوي الزوايا متكافية نسبة ا ب الى ج د كنسبة ج ك اعني ه الى ا ح اعني ر فكان السطحان متساويين وان كان السطحان متساويين كانت الاضلاع متكافية فالخطوط متناسبة وذلك ما اردناه

يد

كل ثلثة خطوط فان كانت متناسبة كان سطح الاول في الاخير كمربع الاوسط وان كان

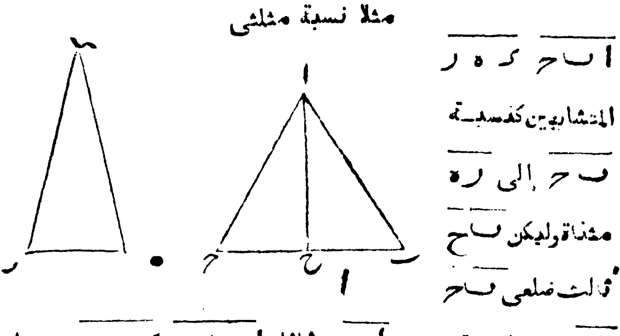
سطح الاول في الاخير كمربع الاوسط فهي متناسبة

وليكن الخطوط ا ب ح د متناسبة ومربع ب مثل سطح ا في ح مثل سطح ب في د اعني ب في نفسه وان كان سطح ا في ح مثل مربع ب اعني سطح ب في د كانت نسبة ا الى ب كنسبة د اعني ب الى ح وذلك ما اردناه

به

كل مثلثين متشابهين فنسبة احدهما الى الآخر كنسبة ضلعه الى نظيره من الآخر مثناة

مثلا نسبة مثلثي ا ب ح د ه ز المتشابهين كنسبة ب ح الى ز ه مثناة وليكن ب ح ثالث ضلعي ب ح ه ز في النسبة ونصل ا ح فمثلثا ا ب ح د ه ز متساويا



زاويتي ب ه ومتكافيا الاضلاع نسبتها اب الى كه

اعني ب ح الى ه ر كنسبة اب الى ك ر بينهما

متساويان ونسبة مثلث اب ح الى مثلث ب ح

اعني مثلث ك ه ر كنسبة ب ح الى ب ح الذي هي

نسبة ب ح الى ه ر مثناة وذلك ما اردناه

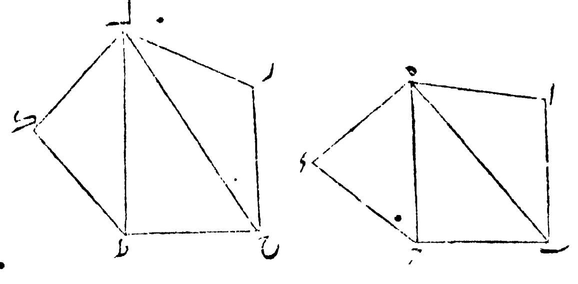
يو

السطوح الكثيرة الاضلاع المتشابهة ينقسم

بمثلثات متشابهة متساوية العدة ويكون

نسبة سطح الى سطح كنسبة ضلعيهما النظيرين

مثناة مثلا سطحا



اب ح ك ه ر ح ط ك ل متشابهان ونصل ب ه ح ح ل

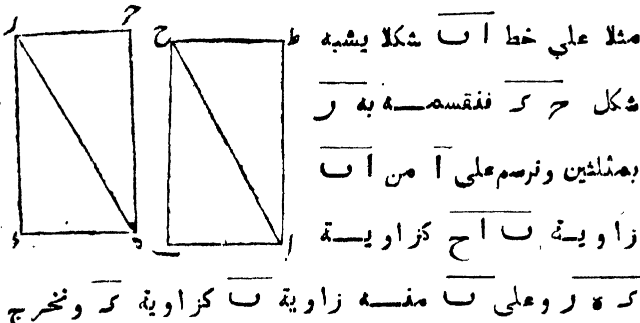
ل ط فينقسمان بها بمثلثات متساوية العدة متشابهة لان زاوية ا

كزاوية ر ونسبة اب الى ر ح كنسبة اه الى ر ل

فمثلثا ا ب ه زح ل متشابهان ويبقي زاوية ه ب ح كزاوية ل ح ط ونسبة ب ه الي ح ل اعني ب ا الى ح ز كنسبة ب ح الي ح ط فمثلثا ب ه ح ل ح ط ايضا متشابهان وكذلك في مثلثي ه ح ك ل ط ك ولما كانت نسبة جميع الاضلاع النظائر واحدة ونسبة مثلثات سطح الى نظائرها كنسبة واحد الى واحد بل كنسبة ضلع الى ضلع مثناة فنسبة السطح الي السطح كنسبة الضلع الى الضلع مثناة وذلك ما اردناه

يز

نريد ان نعمل على خط مفروض شكلا مستقيم الاضلاع يشبه شكلا مفروضا



مثلا على خط ا ب شكلا يشبه شكل ح ك فنقسمه به ر بمثلثين ونرسم على ا من ا ب زاوية ب ا ح كزاوية ك ه ر وعلى ب منه زاوية ب كزاوية ك ونخرج ضلعيهما الى ح فيكون مثلث ا ب ح شبيها بمثلث ه ك ر

ثم نعمل على ا ح زاويتين كزاويتي ح ه ر ح ر ه ونخرج ضلعيهما الى ط وهكذا الى ان يتم الشكل فيكون شبيها لسح ر لما نقرر وذلك ما اردناه

يح

السطوح المشابهة لسطح واحد متشابهة

مثلا كسطحي ا ح

الشبيهين لسطح ب

ا | ب | ح

وذلك لتساوي الزوايا

النظائر وتناسب الاضلاع النظائر فيهما لكونهما في شكلي ا ب وفي شكلي ح ب كذلك وذلك ما اردناه

يط

اذا عملت سطوح متشابهة على خطوط كل اثنين منها عملا واحدا فان كانت الخطوط متناسبة كانت السطوح كذلك وان كانت السطوح متناسبة كانت الخطوط كذلك

فلتكن الخطوط ا ب حـ د هـ ز حـ ط والسطوح كـ ب

ل د وهما بعمل واحد و م هـ ز ن حـ ط وهما بعمل واحد

وليكن س ثالث خطي ا ب حـ د في النسبة و ع

ثالث خطي هـ ز حـ ط فان كانت نسبة ا ب الى حـ د

كنسبة هـ ز الى حـ ط كانت نسبة كـ ب الى ل د

المتشابهين كنسبة ا ب الى س اعني ا ب الى حـ د

مثناة ونسبة م هـ ز الى ن حـ ط كنسبة هـ ز الى ع

وبالمساوات نسبة ا ب الى س كنسبة هـ ز الى ع

فنسبة كـ ب الى ل د كنسبة م هـ ز الي ن حـ ط

وايضا ان كانت السطوح متناسبة كانت نسبة ا ب الى

حـ كـ كنسبة ه ر الى حـ ط فليكن نسبة ا ب الى

حـ كـ كنسبة ه ر الى ف قه ونعمل عليه ص ف قه

شبيها بم ه ر فنسبة ك ث الى ل كـ كنسبة م ه ر

الى ص ف قه وكانت كنسبة م ه ر الى حـ ط

و ص ف قه حـ ط متساويان لتساوي نسبة م ه ر

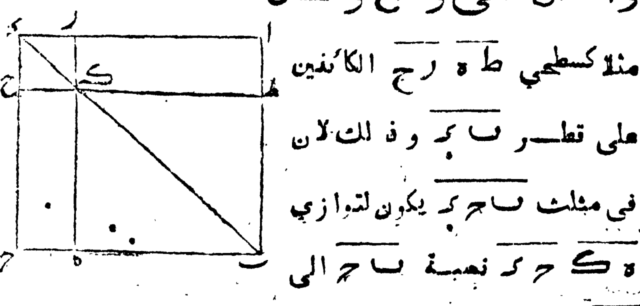
اليهما ومتشابهان لكونه شبيههما فهما متساويا الاضلاع النظائر

فف قه كـ ط فنسبة ا ب الى حـ كـ كنسبة ه ر الى

حـ ط وذلك ما اردناه

ك

السطوح المتوازية الاضلاع الكائنة على قطر سطح متوازى الاضلاع متشابهة له ومتشابهة والكل على وضع واحد



مثلا كسطحي ط ه رج الكائنين على قطر ب كـ وذلك لان في مثلث ب حـ كـ يكون لتوازي ه ك حـ كـ نسبة ب حـ الى

ه حـ بالتركيب اعني الي ج ك كنسبة ب كـ ى ك كـ

وفي مثلث ب ا د نسبة ب د الى ك د كنسبة ب ا الى ط ا اعني الى ك ر فاضلاع سطحي ا ح ر ح النظائر متناسبة وزوايا هما متساوية فهما متشابهان وكذلك نبين ان سطحي ا ح ط ح متشابهان فسطحا ر ح ه ط الشبيهان با ح متشابهان وذلك ما اردناه

كا

ان انفصل سطح متوازي الاضلاع من سطح يشبهه على زاوية مشتركة ووضع واحد فهو على قطره

مثلا نفصل سطح ه ح من سطح ا ح على زاوية د المشتركة فالقطر يكون د ب والا فليكن د ط ب ونخرج ط ك موازيا لا د و ه ر الى ل فسطح ه ك على قطر سطح ا ح فنسبة ا د الى د ه كنسبة ح د الى د ك وكانت كنسبة ح د الى د ح فد ك د ح متساويان هف فاذن القطر د ب وذلك ما اردناه

كل سطحين متوازيي الاضلاع ان تساوت زاويتان منهما فنسبة احدهما الى الآخر مولفة من نسبتي اضلاعهما

مثلا كسطحي آ ح ز ح المتساويي زاويتي ح وليكن ب ح متصلا

بح ح على الاستقامة و ه ح بح ك و نتمم سطح ك ح وليكن نسبة ب ح الى ح ح كنسبة ك الى ل ونسبة ك ح الى ح ه كنسبة ل الى م فنسبة ك الى م كنسبة ك الى ل مولفة بنسبة ل الى م ولان نسبة سطح آ ح الى سطح ح ط كنسبة ب ح الى ح ج اعني ك الى ل ونسبة سطح ح ط الى سطح ح ز كنسبة ك ح الى ح ه اعني ل الى م يكون نسبة سطح آ ح الى سطح ح ز بالمساوات المنتظمة كنسبة ك الى

م ونسبة ك الى م مولفة من نسبة ك الى ل اعني

نسبة ب ح الى ح ح ومن نسبة ل الى م اعني نسبة

د ح الى ح ه فنسبة السطحين مولفة من نسبتي اضلاعهما

وذلك ما اردناه

كج

نريد ان نعمل سطحا يشبه سطحا ما ويساوي سطحا آخر

مثلا يشبه سطح ا ب ح ويساوي سطح د فنضيف الى ب ح سطحا يساوي ا ب ح وهو ب ز ونخرج ب ح ونعمل على ح ز سطح ز ح مساويا لسطح د على ان يكون مع ب ز بين متوازيي ب ح ه ز ولنستخرج بين ب ح ح ح وسطا في النسبة وهو ط ك ونعمل عليه سطح ط ل ك شبيها لسطح ا ب ح فهو ما اردناه وذلك لان نسبة ب ح الى ح ح اعني نسبة سطح ب ز الى سطح ز ح هو نسبة

ب ح الى سطح ط ك المذاة اعني نسبة سطح ا ب ح الى سطح ل ط ك وسطح ا ب ح مساو لسطح ب ر فسطح ل ط ك الشبيه بسطح ا ب ح مساو لسطح ر ح اعني سطح ك ح وذلك ما اردنا

كز

ان اعمل على نصف الخط سطح متوازي الاضلاع فهو اعظم من كل سطح متوازي الاضلاع مضاف الى ذلك الخط ينقص عن تمامه سطحا شبيها بسطح معمول على نصف ذلك الخط موضوعا كوضعه

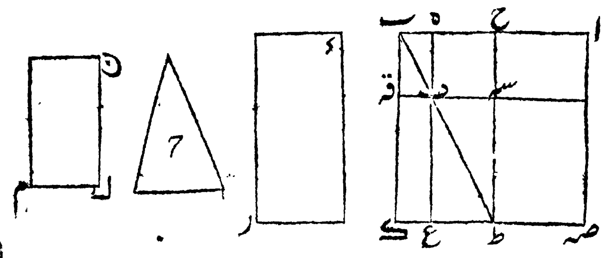
مثلا سطح ا م المعمول على ا ح وهو نصف ا ب واضيف اليه سطح ا ك كيف اتفق بشرط ان ينقص عن تمامه سطح ب ك الشبيه بح ر المعمول على نصف الخط المرضوعين بوضع واحد نقول فسطح ا م اعظم من سطح ا ك ونصل قطر ب م ونتمم خط ك ك فلان ه ط اعني ط ر اعظم من

ز ك اعني ح ك يكون جميع ح اعظم من جميع

ا ك وذلك ما اردناه

كه

نريد ان نضيف الى خط مفروض سطحا متوازي الاضلاع ومساويا لسطح مستقيم الخطوط على ان ينقص المضاف عن تمام الخط سطحا شبيها بشكل مفروض متوازي الاضلاع ويجب ان لا يكون السطح المستقيم الخطوط اعظم من الذي يضاف الى نصف الخط شبيها بالشكل المفروض لما مر في الشكل المتقدم



فليكن الخط ا ب والسطح المستقيم الخطوط ح والمتوازي الاضلاع المفروض ك ر والمطلوب ان نضيف الى ا ب متوازي الاضلاع مساويا لسطح ح على ان ينقص عن ا ب سطحا

بشبه سطح كر ر ونضيف اب على ح ونعمل على ب ح

ح لك شبيها بك ر ونتمم سطح ا ط فان كان ا ط مثل

ح فقد عملنا وان كان ا ط اعظم من ح جعلنا ك م مساويا

لفضل ا ط على ح شبيها بك ر فيكون سطحا ح ك

ك م الشبيهان بك ر متشابهين وليكن زاوية ل مساوية

لط و ك ل نظير لح ط ونفصل ط س مثل ك ل

و ط ع مثل ل م ونخرج ع ه موازيا لط ح و س ف قه

موازيا لا ب ونصل ب ط القطر فسطح ا ف هو المطلوب

وذلك لان س ع اعني ك م هو فضل ا ط اعني ح ك

على ح فيكون علم س ف ع اعني سطح ا ف مساويا

لح فاذن قد اضفنا ا ف الى خط ا ب مساويا لح

وقد نقص عن تمام ا ب سطح ه ق الشبيه بك ر وذلك

ما اردناه

كو

نريد ان نضيف الى خط مفروض سطحا

متوازي الاضلاع مساويا لسطح مفروض مستقيم

الخطوط على ان يزيد المضاف على تمام الخط سطحا شبيها بشكل متوازي الاضلاع مفروض

فليكن الخط ا ب والسطح المستقيم الخطوط ج ومتوازي الاضلاع المفروض د ر والمطلوب ان نضيف الى ا ب متوازي الاضلاع يساوي سطح ج على ان يزيد على تمام ا ب سطحا يشبه د ر فننصف ا ب على ح ونعمل على ب ح ح ك شبيها بد ر ونجعل سطح ق ش مساويا لسطحي ح ك ج معا وشبيها بد ر فيكون سطحا ق ش ح ك متشابهين وليكن زاويتا ط ر متساويتين وضلعا ط ح رق نظيرين ونخرج ط ح الى ان يصير ط م مثل رق و ط ك الى ان يصير ط ل مثل رش ومن م ل م ن ل ن موازيين لا ب ك ب ونتمم الشكل فسطح ا ن هو المطلوب وذلك لان سطح م ل اعني ق ش يساوي جميع ح ك

فنعلم ح ك الذي سطح ا ك يساوي ح وهو المضاف الى ا ب وقد زاد على تمامه ه س الشبيه بـ ك ر وذلك ما اردناه

نريد ان نقسم خطا على نسبة ذات وسط وطرفين مثلا خط ا ب فنعمل عليه مربع ا ك ونضيف الى ا ح سطحا متوازي الاضلاع مثل ا ي وهو ر ط يزيد على تمام الخط مربع ر ح فالخط قد انقسم على القسمة المذكورة وذلك لان ر ط مثل ا ك ويبقي ر ح مثل ك ح وزاويتا ح منهما متساويتان فبالتكافي نسبة ط ح الى ه ح اعني ا ب الى ا ح كنسبة ا ح الى ح ب وذلك ما اردناه

كج

ان تركب مثلثان على زاوية يحيط بها ضلعان منهمـــا متوازيان لآخرين ونسبة المتوازية كل الى نظيره واحدة فان الضلعين الباقيين يتصلان على الاستقامة

وليكن المثلثان ا ب ح ب ك د وقد رسما على زاوية ح ب ه ونسبة ا ح الى ب ه كنسبة اضلاع ب ح الى ح ه المتوازيين كنسبة ... المتوازيين نقول فاب ك خط واحد وذلك لان زاويتي ح ه متساويتان لكون كل واحدة مساوية لزاوية ح ب ه المبادلة لهما والاضلاع المحيطة بهما متناسبة فالمثلثان متشابهان وجميع زاويتي ا ح المساوي لزاوية ح ب ك مع زاوية ح ب ا معادل لقائمتين فزاويتا ح ب ا ح ب ك معادلتان لقائمتين فاب ك خط واحد وذلك ما اردناه

كط

كل مثلث قائم الزاوية فان الشكل المستقيم الاضلاع المضاف الى وتر زاويته القائمة يساوي الشكلين المضافين الى ضلعيها اذا كانا شبيهين به وعلى وضعه

وليكن المثلث ا ب ح والقائمة زاوية ا وذلك لان نسبة مربع ب ح الى مربع ب ا كنسبة ب ح الى ب ا

مثلثة وكذلك نسبة الشكل المضاف الى ب ح الى شبيهه المضاف الى ب ا فنسبة مربع ب ح الى مربع ب ا كنسبة الشكل المضاف الى ب ح الى الشكل المضاف الى ح ا وكذلك نسبة مربع ب ح الى مربع ح ا

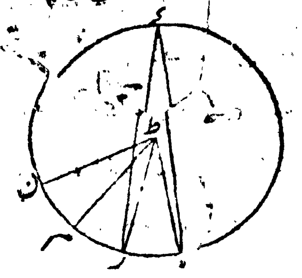
كنسبة الشكل المضاف الى ب ح الى الشكل المضاف الى ح ا نسبة مربع ب ح الى مربعي ب ا ح ا كنسبة الشكل المضاف الى ب ح الى الشكلين المضافين اليهما ومربع ب ح يساوي المربعين فالشكل المضاف الى ب ح يساوي الشكلين وذلك ما اردناه

ل

اذا كانت في دائرتين متساويتين زاويتان على المركز وعلى المحيط فان نسبة احديهما الى الاخري كنسبة القوسين اللتين عليهما

وليكن الدائرتان ا ب ح ك ه ر والزاويتان اما على

المحيط لزاويتا آ ي واما على المركز فزاوية ح ط لقول قد نسبة
قوس ب ج الى قوس ه ز كنسبة زاوية آ الى زاوية ك



او زاوية ح الى زاوية ط ولنفصل في الدائرة آ ب ج قسي
ج ك ك ل مساوية لقوس ب ج ما امكن وفي دائرة
د ه ز قسي ز م م ه مساوية لقوس ه ز ما امكن ونصل
ح ك ح ل ط م ط ه فقسي ب ج ج ك ك ل
اضعاف لقوس ب ج وجميع زاوية ب ح ل اضعاف
لزاوية ب ح ج بتلك العدة وكذلك قسي ه ز ز م م ه
لقوس ه ز وزاوية ه ط ه لزاوية ه ط ز فان كانت قوس
ب ل زائدة على قوس ه ه كانت زاوية ب ح ل زائدة
على زاوية ه ط ه وان كانت قوس ب ل مساوية او
ناقصة كانت زاوية ب ح ل كذلك فاذن نسبة ب ج الى
ه ز كنسبة زاويتي ح ط بل كنسبة نصفيهما اعني زاويتي
آ ك وذلك ما اردناه